Zur Construction von Teslatransformatoren.
Schwingungsdauer und Selbstinduction von Drahtspulen;
von P. Drude
Annalen der Physik, 1902, Band 314. Heft 10, 293 - 339. Heft 11, 590 - 610.

3. *Zur Construction von Teslatransformatoren. Schwingungsdauer und Selbstinduction von Drahtspulen; von P. Drude.*

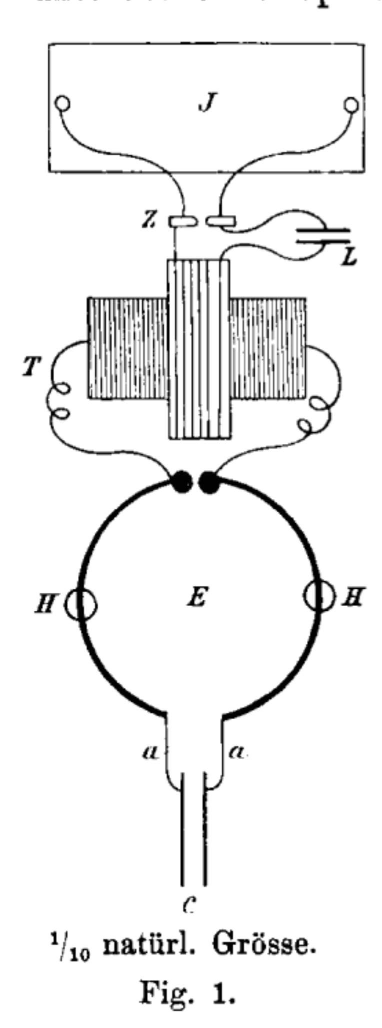
(Hierzu Taf. I.)

Bei der Construction von Teslatransformatoren handelt es sich darum, einen aus einer Drahtspule von wenig Windungen mit angelegter Endcapacität gebildeten Primärkreis in elektrische Resonanz zu bringen mit einer vielgewundenen Drahtspule ohne angelegte Endcapacität. Man ist, besonders bei der Construction grosser und kräftig wirkender Transformatoren auf zeitraubendes Probiren angewiesen, wenn man nicht die Schwingungsdauer der Secundärspule und die Selbstinduction der Primärspule im voraus berechnen kann. Dieser Zweck soll im Folgenden erfüllt werden. Ueber die rationellste Dimensionirung des Teslatransformators und über seine Theorie werde ich in einem späteren Aufsatz Mitteilung machen. — Die Kenntnis der Eigenschwingungsdauer von Drahtspulen ist auch für die Construction der neueren Apparate für drahtlose Telegraphie von Wichtigkeit, wenngleich auch stets zu beachten ist, dass die elektrischen Verhältnisse sich wesentlich ändern können, wenn die Drahtspule nicht frei endigt, sondern mit Capacitäten oder geraden Drähten verbunden wird. Die dadurch hervorgebrachten Aenderungen kann man aber theoretisch abschätzen, wenn man zunächst die Schwingungsdauer einer frei endigenden Drahtspule kennt.

Ich will gleich bemerken, dass es sich hier nur um Drahtspulen in einem bestimmten Wickelungssinne, d. h. mit grosser Selbstinduction, handeln soll, da diese zunächst für die Teslatransformatoren von Bedeutung sind. — Zum Zwecke der drahtlosen Telegraphie und auch für Zimmerexperimente mit Teslatransformatoren sind unter Umständen auch Drahtspulen mit verschiedenem Wickelungssinne, d. h. kleinerer Selbstinduction, von Nutzen. Um den Stoff nicht zu sehr zu häufen, sollen diese Drahtspulen zunächst von der Behandlung ausgeschlossen bleiben.

I. Schwingungsdauer von Drahtspulen.

1. *Die experimentelle Methode* bestand darin, dass die zu untersuchende Spule S inductiv erregt wurde durch die elektrischen Schwingungen eines Erregers E (Fig. 1), der aus zwei halbkreisförmig gebogenen, 3 mm dicken Kupferdrähten bestand, die eine Kreisfläche von 21 cm Durchmesser umspannten. Die Errregerdrähte waren durch zwei dicke Ebonitstützen H mit Einschnitt gehalten. An ihrem einen Ende waren sie nach unten gebogen, sodass sie dort in eine mit Petroleum gefüllte Glasschale tauchten. Dies Ende trug kleine Messingkugeln von $^1/_2$ cm Durchmesser, deren Abstand (etwa $^1/_4$ mm) bequem durch Verschiebung der einen Ebonitstütze H variirt werden konnte. Zwischen den Messingkugeln schlug der Erregungsfunke in Petroleum über. Sie waren verbunden mit den Enden der Secundärspule T eines Teslatransformators[1]), der durch ein Inductorium J von 30 cm Schlagweite mit Quecksilberturbinenunterbrecher gespeist wurde. Z ist die Zinkfunkenstrecke zur Wellenerregung in der Primärspule des Teslatransformators, L die Leydener Flasche seines Primärkreises.

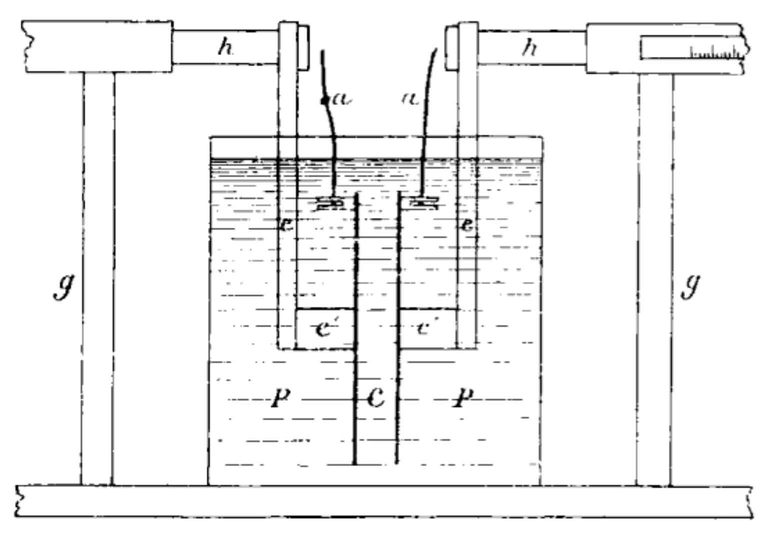


$^1/_{10}$ natürl. Grösse.
Fig. 1.

Das andere Ende der Erregerdrähte endete in zwei 9 cm lange, $^1/_2$ mm dünne Kupferdrähte a, a, welche zu einem in Petroleum tauchenden Kreisplattencondensator C führten (Fig. 2).

1) Durch Zwischenschaltung eines Teslatransformators zwischen Inductor und Erregerfunkenstrecke wird die Intensität der elektrischen Wellen sehr gesteigert. Die Abmessungen des Teslatransformators, die ziemlich belanglos sind, wenn er nur genügend kräftig wirkt, waren folgende: Secundärspule 100 Windungen von 1 mm dickem (mit Isolation 2 mm dickem) Kupferdraht auf Holzcylinder von 9 cm Durchmesser und 20 cm Höhe. Primärspule sechs Windungen auf Glascylinder von 16 cm Durchmesser. Die Leydener Flasche L hatte 11,5 cm Durchmesser, 19 cm Höhe der Belegungen, 5 mm Glasdicke.

Ein Petroleumbad *P* für *C* ist sehr zweckmässig, weil dadurch die Distanz der Platten auf 1 mm verkleinert werden kann, ohne dass Funken- oder Büschelentladung zwischen den Condensatorplatten einsetzt. Die Capacität kann daher in viel weiteren Grenzen variirt werden, als bei Luftumgebung von *C*. Die Platten von *C* besassen 10 cm Durchmesser, ihre Distanz konnte bis zu 5 cm vergrössert werden. Sie waren mit verticalen Ebonitstützen *e*, *e* befestigt an zwei Horizontalarmen *h*, *h*, von denen einer in guter Parallelführung messbar verschiebbar war. — Die Distanz dieser Enden der Erregerdrähte, an denen die dünnen Kupferdrähte angelötet waren, betrug 5 cm.



1/4 natürl. Grösse.

Fig. 2.

Die zu untersuchende Drahtspule *S* wurde auf Holzklötzen vertical über der Mitte des Erregerkreises je nach Umständen in Distanzen von 5—30 cm von der Erregerebene aufgestellt und an ihrem einen Ende eine Vacuumröhre angelegt. Zum Teil wurde auch die Röhre in 1—2 cm Distanz vom Spulenende frei aufgestellt. Sehr zu empfehlen sind elektrodenlose, vom Glasbläser Kramer in Freiburg i/B. hergestellte Röhren mit einem dünnen Beschlag von elektrolytisch in die Röhre eingeführtem Natrium.

Wenn der Inductor im verdunkelten Zimmer in Gang gesetzt wird, und Funken zwischen den Entladungskugeln des Erregers spielen, so leuchtet im allgemeinen die an die Drahtspule *S* gelegte Vacuumröhre nicht. Nur bei einer bestimmten Distanz des Plattencondensators *C* leuchtet sie. Diese Distanz

entspricht der Resonanz[1]) zwischen Drahtspule und Erregerkreis.

Diese Resonanzlage des Condensators C wird durch Verschiebungen des einen Horizontalarmes ermittelt, an dem eine Platte von C befestigt ist. Die Bestimmung ist um so schärfer, je geringer die inductive Erregung (magnetische Koppelung) der Drahtspule durch den Erreger ist, d. h. je höher sie über seiner Ebene liegt, vorausgesetzt, dass schliesslich das Leuchten der Vacuumröhre nicht zu schwach wird. Eine schwache magnetische Koppelung zwischen beiden Systemen ist aber auch schon deshalb notwendig, weil sonst (abgesehen von der Dämpfung der Erregerschwingungen, vgl. Anm. 1 auf p. 296) maximale Erregung der Spule nicht genau im Resonanzfalle eintritt wegen der Rückwirkung der Spule auf den Erregerkreis. Nun war allerdings eine solche Rückwirkung deshalb nicht zu befürchten, weil meist der Durchmesser der Drahtspulen (2—3 cm) viel kleiner war, als der Durchmesser des Erregerkreises (21 cm), sodass die Anzahl magnetischer Kraftlinien, welche Erreger und Spule gemeinsam umschlingen, nur gering war. Immerhin wurde aber doch die Entfernung zwischen Spule und Erreger gross und seine Erregerfunkenstrecke ziemlich klein gewählt, um nur möglichst schwaches, soeben noch gut einstellbares Leuchten der Vacuumröhre zu erzielen. Denn falls sie stärker leuchtet, so hat sie wegen der vergrösserten elektrischen Leitfähigkeit ihres Gasinhaltes eine merkliche Capacität, und wenn diese an das eine Ende der Drahtspule angelegt wird, so verlangsamt sich dadurch ihre Schwingungsdauer im Vergleich zu einer Spule mit zwei freien Enden, allerdings nur wenig.

So ergab sich bei einer Spule von 30 cm Länge und 1,7 cm Durchmesser, die aus 100 Windungen von 1 mm dickem

1) Dies würde nicht streng gelten, wenn die Dämpfung der Erregerschwingungen sehr bedeutend wäre (vgl. M. Wien, Wied. Ann. **58.** p. 725. 1896). Sie ist aber so klein, dass sie hier vernachlässigt werden kann. So berechnet sich aus der von mir am Erreger ohne angelegte Endcapacität gefundenen Dämpfung $\gamma = 0{,}15$ (P. Drude, Wied. Ann. **60.** p. 17. 1897) $k = 0{,}05\,n$ in der Wien'schen Bezeichnung. Wenn nun auch die Dämpfung bei angelegtem Endcondensator grösser sein kann, so würde sie doch erst Einfluss gewinnen ($^1/_2$ Proc.), wenn sie dreimal grösser wäre, d. h. wenn $\gamma = 0{,}45$ wäre, und das ist sicher nicht der Fall.

blanken Kupferdraht bestand, der Resonanzabstand d der Platten des Condensators C zu $d = 18{,}7$ mm, d. h. $^1/_2\,\lambda = 286$ cm, wenn die Röhre stark leuchtete; dagegen zu $d = 21{,}0$ mm, d. h. $^1/_2\,\lambda = 277$ cm, wenn die Röhre nur schwach leuchtete. Der Einfluss der Capacitätsvermehrung der Spule durch Leuchten der Röhre ist um so weniger zu fürchten, je länger die Eigenwellenlänge λ der Spule ist.

Die Resonanzlagen des Condensators C wurden mehrere Male (meist 6 mal) eingestellt und die Distanz der Condensatorplatten auf einer Teilung mit Nonius auf $^1/_{10}$ mm genau abgelesen.[1]) Der Versuch mit einer Spule wurde erst abgebrochen, nachdem sich dieselben Einstellungen ergeben hatten, wenn die Intensität der inductiven Erregung oder der Erregerschwingungen, oder die Distanz[2]) der Vacuumröhre vom Spulenende, und damit auch die Leuchtintensität der Vacuumröhre, ein wenig verändert war, um sicher zu sein, dass die Capacität der Röhre die Eigenschwingungsdauer der Spule nicht mehr merklich beeinflusste.[3]) Die Spulenenden waren oft durch kleine Drahtstifte gehalten. Durch besondere Controlversuche war festgestellt, dass sich dieselben Einstellungen ergaben, wenn die Spulenenden mit Siegellack festgekittet, oder durch Einkerbungen im Spulenkern oder durch Zwirnfaden gehalten wurden.

Die Schwingungsdauern, die zu jeder Distanz der Condensatorplatten C gehörten, wurden durch Aichung des Apparates in folgender Weise gewonnen:

Nach Fortnahme der Drahtspule S wurde 15 cm über der Ebene der Erregerdrähte eine 7 m lange, straff gespannte Leitung D von zwei blanken, 1 mm dicken Kupferdrähten aus-

---

1) Auf der Teilung konnte man auch $^1/_{50}$ mm durch Ablesung mit einer Lupe noch schätzen.

2) Bei der grossen Intensität der elektrischen Schwingungen konnte z. B. bei einer 16 cm langen Spule diese Distanz 3 cm betragen, selbst wenn das untere Spulenende 15 cm, das obere also 31 cm über der Erregerebene lag.

3) Auch wenn anstatt des Leuchtens der Vacuumröhre eine kleine am Ende der Spule angelegte Funkenstrecke als Wellenindicator benutzt wurde, ergeben sich dieselben Resonanzentfernungen d der Condensatorplatten. Funkenstrecken sind aber nicht so empfindliche Indicatoren, als Vacuumröhren.

gespannt (Fig. 3). Ihre Distanz betrug 2,7 cm. Sie waren nach der Erregerfunkenstrecke zu (Anfang der Leitung *D*) leitend verbunden. Nach dem anderen Ende zu waren sie leitend verbunden durch einen verschieblichen Metallbügel *B*. Derselbe wurde (im verdunkelten Beobachtungsraume) mit der Hand so verschoben, dass eine etwa in der Mitte zwischen *B* und dem Anfang der Leitung über *D* gelegte Vacuumröhre *V* maximal leuchtete. Dies tritt dann ein, wenn die Leitung *D* in Resonanz[1]) steht mit den Schwingungen des Erregers *E*. Zu jeder Distanz der Platten des Condensators *C* gehört also eine bestimmte Resonanzlage von *B*. Wegen der schwachen magnetischen Koppelung zwischen *E* und *D* sind diese Resonanzlagen sehr scharf (auf $^1/_4$ Proc. bis $^1/_2$ Proc. der Distanz von Anfang der Leitung *D* bis zum Bügel *B*) zu ermitteln. Die halbe Wellenlänge der elektrischen Schwingung ist gleich der Distanz des Bügels *B* vom Anfang der Leitung vermehrt[2]) um die Bügellänge und um einen kleinen Zusatz, der durch die Capacität der leuchtenden Vacuumröhre herbeigeführt wird. Letztere war hier merklicher, weil ich mich beim Beobachten langer Wellen so weit (3 m) von der Vacuumröhre entfernen musste, dass ich sehr schwaches Leuchten der Röhre nicht mehr wahrgenommen hätte. Beide Correctionen kann man exact dadurch bestimmen, dass man (bei kürzeren Wellen) *V* liegen lässt und *B* weiter nach hinten auf eine zweite Resonanz-

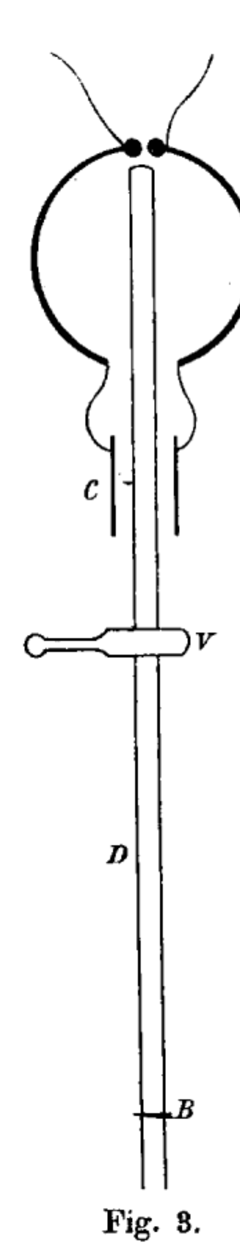


Fig. 3.

1) Die magnetische Koppelung zwischen Erreger *E* und Leitung *D* ist wegen des grossen Abstandes zwischen *E* und *D* und wegen des kleinen relativen Abstandes der beiden Drähte *D* so schwach, dass eine Rückwirkung von *D* auf *E* nicht merkbar ist, sodass die Stelle von *B*, für welche *V* maximal leuchtet, wirklich der Resonanz entspricht. Dies wurde dadurch bewiesen, dass diese Lagen von *B* nicht abhingen von Veränderung der Distanz zwischen *D* und *E*.

2) Vgl. P. Drude, Wied. Ann. **60**. p. 14. 1897.

lage schiebt. Die Distanz der ersten und zweiten Resonanzlage von *B* ist genau eine halbe Wellenlänge. So wurde diese Correction als Zusatz von 9 cm erhalten.[1]) Zwar hängt sie etwas von der Wellenlänge selbst ab, indes ist diese Variation so gering, dass sie als innerhalb der Beobachtungsfehler fallend ($^1/_4$ Proc.) vernachlässigt werden konnte. Diese Aichung des Erregers wurde stets unmittelbar vor und nach Beobachtung der Spulen *S* vorgenommen. Die Aichungsresultate änderten sich merklich nur dann, wenn der Plattencondensator *C* auseinander genommen und wieder zusammengesetzt wurde. Folgende Tabelle enthält die Resultate. *d* bedeutet die Distanz der Platten des Condensators in Millimetern ausgedrückt, $^1/_2\,\lambda$ die zugehörige halbe Wellenlänge der Erregerschwingung in Centimetern.

Abhängigkeit der Wellenlänge λ des Erregers von der Distanz *d* der Condensatorplatten.

d (mm)	3	5	7	9	11	13	15	17	19	22	26	31	39	50
$^1/_2\,\lambda$ (cm)	585	467	408	369	343	324	309	296	287	274	262	251	237	226

Dem absoluten Betrage nach kann *d* um $^1/_{10}$ mm falsch sein, weil es schwierig ist, den absoluten Betrag von *d* genau zu messen.[2]) Es kommt aber auf ihn gar nicht an, sondern

1) 3 cm entfallen bei dieser Correction auf die Nähe des Holzmaassstabes (2 cm), über den die Paralleldrähte gespannt waren. Denn wurde diese Distanz von 2 cm auf $6^1/_2$ cm gesteigert, so ergab sich nur 6 cm Zusatzcorrection, anstatt 9 cm. Die Bügelverkürzung bringt daher 3 cm, die Capacität der leuchtenden Vacuumröhre auch 3 cm, die Nähe des Holzmaassstabes 3 cm. Die Zusatzcorrection (9 cm), welche im Folgenden stets angewendet ist, ergiebt die richtige Wellenlänge in freier Luft, weil die Nähe von Holz für die hinteren Teile der Secundärleitung vermieden war.

2) Bis auf $^1/_{10}$ mm sind die absoluten Werte von *d* etwa richtig. Bei genügend grosser Capacität von *C*, d. h. genügend kleinem *d* muss $^1/_2\,\lambda$ proportional zu $\sqrt{C}$, d. h. umgekehrt proportional zu $\sqrt{d}$ sein. Für $d = 3, 5, 7$ mm ergiebt sich $^1/_2\,\lambda\,.\,\sqrt{d}$ zu 1012, 1043, 1078; diese Inconstanz liegt daran, dass die Annäherungsformel $C = r^2/4\,d$, wo *r* der Radius der Platten des Condensators ist, zu ersetzen ist durch die strengere Formel (vgl. z. B. F. Kohlrausch, Leitfad. d. prakt. Phys. 8. Aufl. p. 409)

$$C = r^2/4\,d + r/4\,\pi\left(\operatorname{lognat}\frac{16\,\pi\,r\,(d+\delta)}{d^2} - 1 + \frac{\delta}{d}\operatorname{lognat}\frac{d+\delta}{\delta}\right),$$

nur darauf, dass ein bestimmtes d, welches bei der Aichung an der Teilung abgelesen wird, die an dem Horizontalarme der einen Platte des Condensators C angebracht ist, genau dieselbe Distanz der Condensatorplatten bei der Messung der Spulen S ergiebt, und das ist der Fall, wenn zwischen Aichung und Beobachtung der Spulen der Condensator C nicht auseinander genommen wird und nur kurze Zeit[1]) zwischen beiden Beobachtungsreihen verstreicht. Wie schon oben gesagt, sind die Condensatorplatten an zwei verticale Ebonithalter e, e an-

wobei δ die Plattendicke bedeutet. Es ist $\delta = 1$ mm, $r = 5$ cm. Dieser Wert ist noch mit $\sqrt{\varepsilon}$ zu multipliciren, falls ε die Dielektricitätsconstante des Petroleums ist. Dieselbe ergab sich zu $\sqrt{\varepsilon} = 1{,}41$, da in diesem Verhältnis die vom Erreger erzeugten Wellen standen, wenn der Condensator C mit Petroleum, bez. mit Luft umgeben war. Berechnet man C nach obiger Formel und multiplicirt mit 1,41, so erhält man

d	3	5	7	9	11	13	15	17	19	22	26	31	39
$^1/_2\,\lambda/\sqrt{C}$	85,6	85,9	86,5	87,2	88,3	89,4	90,7	90,5	91,7	92,4	93,9	96,1	98,5

d. h. es ist thatsächlich $^1/_2\,\lambda \sim \sqrt{C}$, die Abweichung bei grösseren Werten von d liegt wesentlich daran, dass die Formel für C dann immer noch zu ungenau ist. Das regelmässige Wachsen der Zahlen $^1/_2\,\lambda : \sqrt{C}$ spricht zugleich für die Zuverlässigkeit der Beobachtungen. Legen wir den Wert 85,6 für $d = 3$ mm zu Grunde, so müsste nach der Formel $\lambda = 2\pi\sqrt{L \cdot C}$, wo L die Selbstinduction des Erregerkreises ist, diese den Wert haben $L = 744$ cm. Nach M. Wien (Wied. Ann. **53.** p. 931. 1894) ist nun für einen Draht der Länge l, der Dicke $2\,\varrho$, der eine Kreisfläche vom Radius r umspannt: $L = 2\,l\,(\text{lognat}\ 8\,r/\varrho - 2)$. Hier ist $l = 2 \cdot 32$ cm zu setzen, da jede Erregerhälfte 32 cm lang war, $2\,r = 21$ cm, $\varrho = 0{,}15$ cm. Zu diesem Werte von L ist noch die Selbstinduction der beiden $^1/_2$ mm dicken, 9 cm langen Drähte a zu addiren. Für zwei parallele Drähte der Länge l', der Dicke $2\,\varrho'$, deren relativer Abstand d' beträgt, ist (vgl. P. Drude, Physik des Aethers, p. 364) $L' = 4\,l'\ \text{lognat}\ d'/\varrho'$. Hier ist zu setzen $l' = 9$, $\varrho' = 0{,}025$, $d' = 5$. Daher folgt in Summa $L = 554 + 188 = 742$ cm. Diese genaue Uebereinstimmung mit der aus $^1/_2\,\lambda$ und C erhaltenen Zahl von L (744 cm) ist aber insofern etwas zufällig, als die Drähte a nicht genau geführte Paralleldrähte wegen ihrer Verbindung mit den Condensatorplatten sein konnten.

1) Wenn der Condensator C mehrere Tage in Petroleum stehen bleibt, so biegen sich merklich die 7 mm dicken, 15 mm breiten, 12 cm langen Ebonitarme, welche die Platten des Condensators tragen. Innerhalb der Beobachtungszeit zwischen zwei Aichungen (2 Stunden) trat aber solche Biegung nicht merklich ein.

geschraubt und diese wiederum an zwei horizontale Metallarme h, h, welche in Schlittenführungen auf isolirenden Glasstützen g, g ruhen (Fig. 2). Bei der Resonanzeinstellung auf eine zu beobachtende Spule S wurde nun der eine (eventuell durch Mikrometerschraube) verschiebliche Horizontalarm mit der Hand gefasst, d. h. zur Erde abgeleitet. Dadurch kann die Capacität des Condensators C etwas grösser sein, als wenn beide Horizontalarme isolirt sind. Allerdings wird dies nur

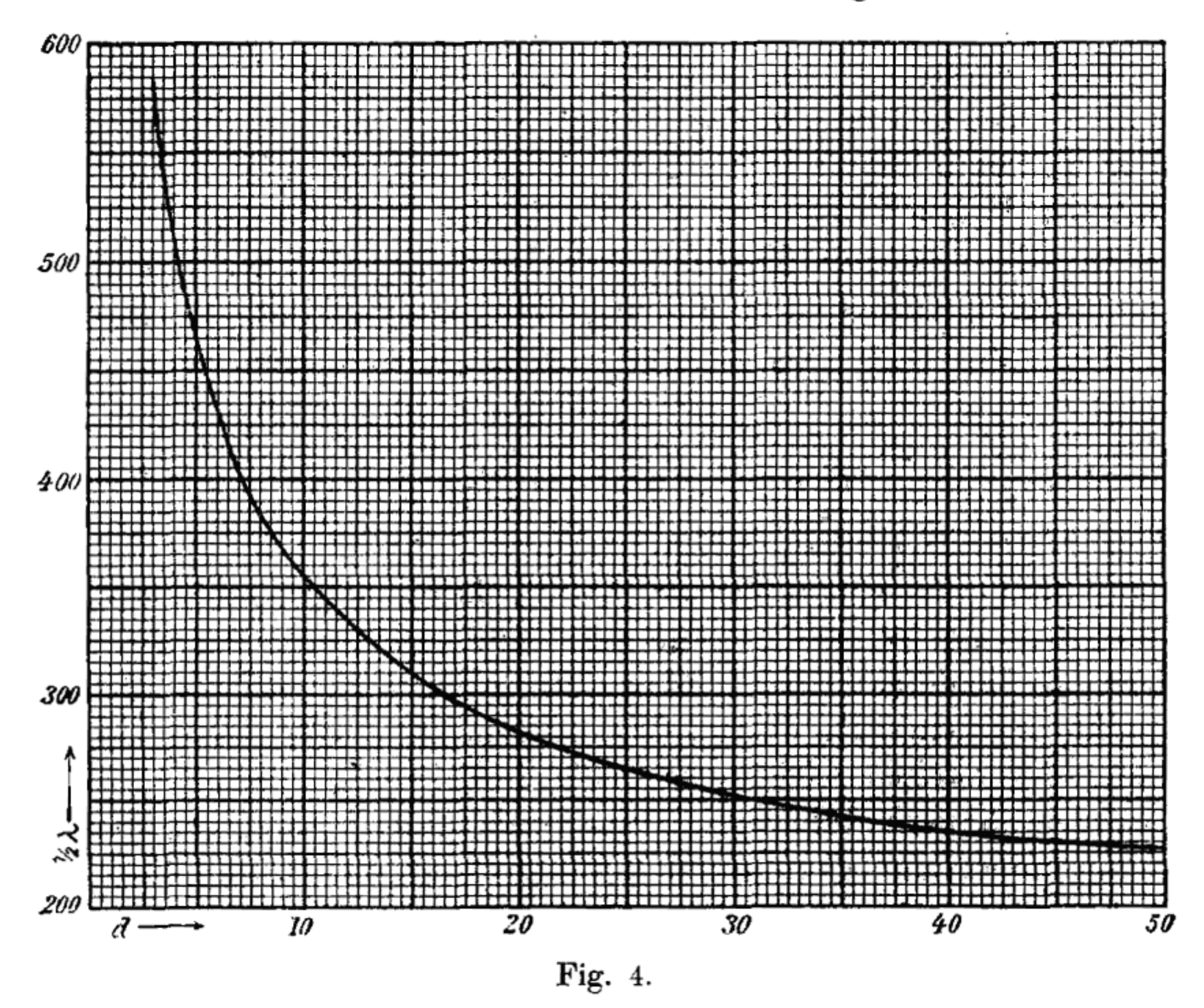


Fig. 4.

merklich werden, wenn die Distanz der Condensatorplatten C gross ist (5 cm), d. h. die Capacität klein. Ob dies merklich ist, oder nicht, kann bei der Aichungsmethode dadurch leicht erkannt werden, ob die Resonanzlagen des Bügels B andere werden, wenn die Horizontalarme der Platten des Condensators C isolirt oder zur Erde abgeleitet sind. Bei einer Plattendistanz $d = 4{,}8$ cm war $^1/_2\,\lambda = 224{,}5$ cm, falls beide Horizontalarme isolirt waren; $^1/_2\,\lambda = 225{,}0$ falls ein Horizontalarm zur Erde abgeleitet wurde; $^1/_2\,\lambda = 227{,}0$ falls beide Horizontalarme ge-

erdet wurden. Bei kleineren Plattendistanzen d waren die Aenderungen von $^1/_2\,\lambda$ durch Erdung der Horizontalarme kleiner bez. unmerklich. Da bei der Beobachtung der Spulen nur ein Horizontalarm geerdet wird und die Distanz d fast stets kleiner als 3 cm war, so ist daher die dadurch hervorgebrachte Capacitätsänderung zu vernachlässigen, falls man die Genauigkeit der Messungen nicht höher als $^1/_4$ Proc. treiben will. — Dagegen waren derartige Capacitätsvermehrungen sehr merkbar, wenn die Ebonithalter e, e (Fig. 2) durch Metallstreifen ersetzt wurden, während e', e' (Fig. 2) aus Ebonit bestand. So betrug bei $d = 4{,}8$ cm $^1/_2\,\lambda$ 235 cm bei Isolation der Horizontalarme; $^1/_2\,\lambda = 245{,}5$ bei Erdung eines Horizontalarmes; $^1/_2\,\lambda = 275{,}5$ bei Erdung beider Metallarme. Meist waren die verticalen Messinghalter durch Ebonithalter ersetzt.

Die Resultate der Aichung wurden graphisch in einer Curve dargestellt, und aus ihr das zu jedem d gehörige $^1/_2\,\lambda$ entnommen. Fig. 4 ist eine verkleinerte Reproduction solcher Curve. Eine zweite Aichungsmethode des Wellenerregers, in dem Bereich von $^1/_2\,\lambda = 6$ m bis $^1/_2\,\lambda = 12$ m wird weiter unten (im Abschnitt II) besprochen.

2. *Uebertragung der an kleinen Drahtspulen gewonnenen Resultate auf grosse.* Da die der Eigenschwingung der Spule entsprechende halbe Wellenlänge den Wert $^1/_2\,\lambda = 6$ m bis 12 m nicht überschreiten durfte, je nachdem man sich der ersten oder der zweiten Aichungsmethode des Erregers bediente, so wurden nur verhältnismässig kleine Drahtspulen untersucht. Man kann die an ihnen gewonnenen Resultate exact auf grössere, ihnen geometrisch ähnliche Spulen übertragen, da nach dem Bau der Maxwell'schen Differentialgleichungen des elektromagnetischen Feldes *die Perioden der Eigenschwingungen geometrisch ähnlicher Systeme der Länge entsprechender Strecken proportional ist.*[1])

3. *Einfluss der Natur des Spulenkernes und der Spulenumgebung auf die Eigenperiode der Spule.* Wickelt man einen bestimmten Draht in durchaus gleicher geometrischer Anordnung auf Cylinder von verschiedenem Material, *so wächst die Eigenperiode der Spule mit der Dielektricitätsconstante des Spulenkernes,* aber langsamer als proportional zur Quadratwurzel aus

---

1) M. Abraham, Wied. Ann. **66.** p. 442. 1898.

seiner Dielektricitätsconstante. Dies ist leicht verständlich, da die Spulenperiode proportional mit der Quadratwurzel der Dielektricitätsconstante der Umgebung zunehmen muss, wenn die Spule in einem unbegrenzten homogenen Medium liegt. Die elektrische Grundschwingung auf einer Spule erfolgt nun in der Weise, dass in der Mitte ihrer ganzen Drahtlänge die Stromstärke ein Maximum der Schwingungsamplitude besitzt, dagegen das Potential an den Spulenenden. Diese zeigen daher periodisch positive und negative freie elektrische Ladung. Die zwischen den Spulenden sich ausspannenden elektrischen Kraftlinien verlaufen vorzugsweise im Aussenraum der Spule, zum kleinen Teil aber auch im Innenraum der Spule, und zwar letzteres um so mehr, je kürzer die Spule im Vergleich zu ihrem Durchmesser ist. Wird nun die Dielektricitätsconstante im Innenraum der Spule erhöht, so muss wegen der im Innenraum der Spule verlaufenden elektrischen Kraftlinien die Capacität zwischen den Spulenenden wachsen, daher die Eigenperiode der Spule wachsen, wenn die Dielektricitätsconstante des Spulenkernes grösser wird, und zwar dies um so mehr, je kürzer die Spule relativ zu ihrem Durchmesser ist. *Spulen auf Hohlcylindern isolirender Substanzen haben daher auch kürzere Eigenperioden, als Spulen auf Vollcylindern*, natürlich um so mehr, je dünner der Hohlcylinder ist.

Wird die Spule anstatt in Luft in ein Bad von isolirender Flüssigkeit (Petroleum) *getaucht, so wächst daher* (wegen der im Aussenraum der Spule verlaufenden elektrischen Kraftlinien) *wiederum ihre Eigenperiode.*

Einige Beispiele mögen diese Sätze illustriren:

Aus 1 mm dickem, blanken Kupferdraht wurde eine Spule von 15 mm innerem Durchmesser und 26 cm Höhe in 100 Windungen hergestellt. Bezeichnet man die Wellenlänge, welche ihrer elektrischen Eigenschwingung in Luft entspricht, mit λ ($\lambda = 3 \cdot 10^{10} \cdot T$, falls T die Eigenperiode ist), so ergab sich, falls die Spule in Luft lag, $^1/_2\,\lambda = 276$ cm. Wurde aber die Spule in ein mit Petroleum gefülltes Glasgefäss von 11 cm Weite eingesenkt, so ergab sich $^1/_2\,\lambda = 360$ cm. Das Verhältnis der Wellenlängen $360/276 = 1{,}31$ ist noch etwas kleiner, als die Quadratwurzel aus der Dielektricitätsconstante $\sqrt{\varepsilon} = 1{,}41$ des Petroleums, weil die

Spule zum Teil (auf 2 cm Länge) noch aus dem Petroleum herausragte. Wurde die Spule dann wieder aus dem Petroleum genommen und auf eine Glasröhre von 15 mm äusserem Durchmesser und 1,2 mm Wandstärke aufgeschoben (ohne dass dabei die Ganghöhe oder Länge der Spule verändert wurde), so ergab sich $^1/_2\,\lambda = 290$. Die geringe Vergrösserung des $^1/_2\,\lambda$ von 276 auf 290 entsteht durch die wenigen elektrischen Kraftlinien der Spule, welche in der Glaswand parallel zur Spulenaxe verlaufen. Wurde nun ins Innere der Glasröhre Petroleum gegossen, so vergrösserte sich die Eigenwellenlänge λ der Spule nicht merklich (weil die Spule sehr lang und die Glaswand ziemlich dick im Vergleich zum Spulendurchmesser ist), wurde dagegen destillirtes Wasser in die Glasröhre eingegossen, so vergrösserte sich $^1/_2\,\lambda$ auf 354 cm. — Nun wurde das Wasser wieder ausgegossen und die leere Glasröhre mit aufgewickelter Spule in der Mitte eines im Lichten 23 cm hohen, 4,7 cm weiten Cylinders aus 3 mm dickem Glase aufgestellt. Es ergab sich $^1/_2\,\lambda = 320$ cm. Die Vergrösserung von 290 cm auf 320 cm entsteht durch die elektrischen Kraftlinien im Aussenraum der Spule, welche teilweise in der Wand des äusseren Glascylinders verlaufen. Wurde nun in diesen Petroleum eingegossen, so vergrösserte sich $^1/_2\,\lambda$ weiter auf $^1/_2\,\lambda = 340$ cm. Wird aber der äussere Glascylinder weiter gewählt (11 cm Durchmesser), so ergiebt Petroleumfüllung $^1/_2\,\lambda = 364$ cm.

Als anderes Beispiel will ich eine Spule wählen, welche kurz im Vergleich zu ihrem Durchmesser ist. Auf einen Ebonitcylinder von 5,9 cm Durchmesser und 2,7 cm Höhe wurde aus isolirtem 1 mm dickem Kupferdrahte, der mit Isolation 2 mm dick war, eine Spule aus 10 Windungen gewickelt[1]); die einzelnen Windungen waren dicht aufeinander geschoben, sodass die Höhe der Spule 2 cm betrug. Die Länge des Kupferdrahtes betrug 192 cm. Eine genau gleich hergestellte Spule derselben Länge wurde auf einem gut trockenen Eichenholzcylinder von denselben Dimensionen gewickelt. Sodann wurden beide Spulenkerne hohl gedreht, sodass die

1) Die Enden der Spule wurden durch kleine Einkerbungen im Ebonitcylinder festgehalten.

Spulen auf Hohlcylindern von $1^1/_2$ mm Wandstärke (beim Ebonit) bez. $3^1/_2$ mm Wandstärke (beim Holz) lagen. Es ergaben sich folgende Eigenwellenlängen:

	$^1/_2\,\lambda$
Ebonithohlcylinder	365 cm
Holzhohlcylinder	386
Ebonitvollcylinder	406
Holzvollcylinder	440

Hiernach muss Holz eine grössere Dielektricitätsconstante als Ebonit haben. Dies ist nun in der That der Fall, wie ich direct constatiren konnte, indem ich $^1/_2$ mm dünne, aus demselben Holz- bez. Ebonitstück geschnittene Platten zwischen die 3 mm im Durchmesser haltenden Platten eines Condensators brachte[1]), welcher nach der von mir früher beschriebenen Methode[2]) in die Resonanzleitung eines kleinen Blondlot'schen Erregers eingeschaltet wurde, welcher elektrische Schwingungen von 73 cm Wellenlänge, in Luft gemessen, erzeugte.

Der Condensator zeigte die grösste Capacität (und deutliche elektrische Absorption) für die senkrecht zu den Fasern geschnittene Holzplatte, geringere Capacität (und keine elektrische Absorption) für die parallel zu den Fasern geschnittenen Holzplatten und die kleinste Capacität für die Ebonitplatte. Die Dielektricitätsconstante des Ebonits ist nur wenig kleiner, als die der parallel zu den Fasern geschnittenen Holzplatten, dagegen beträchtlich kleiner als die Dielektricitätsconstante der senkrecht zu den Fasern geschnittenen Holzplatte. Die Dielektricitätsconstante des Holzes ist also parallel zu den Fasern am grössten, und auch senkrecht zu den Fasern noch grösser, als die Dielektricitätsconstante des Ebonits. Damit steht im Einklang die von Righi[3]) und Mack[4]) am Holz ge-

1) Die Platten hatten folgende Dicken:

Holz, senkrecht zu den Fasern	0,428 mm
Holz, parallel zu den Fasern	0,442
Holz, parallel zu den Fasern	0,475
Ebonitplatte	0,465

Sie passten knapp zwischen die Condensatorplatten.

2) P. Drude, Wied. Ann. **61.** p. 466. 1897.

3) A. Righi, Mem. R. Acc. della Sc. Bologna **4.** p. 487. 1894; Wied. Ann. **55.** p. 389. 1895.

4) K. Mack, Wied. Ann. **54.** p. 342. 1895.

fundene elektrische Doppelbrechung. Letzterer hat speciell am Tannenholz[1]) die beiden elektrischen Brechungsexponenten beobachtet:

$$n_1 = 1{,}75, \quad n_1^2 = 3{,}06 \text{ senkrecht zu den Fasern}$$
$$n_2 = 2{,}15, \quad n_2^2 = 4{,}62 \text{ parallel zu den Fasern.}$$

Genauer[2]) gemessen habe ich die Dielektricitätsconstante des Holzes nicht, weil man nach der benutzten Methode das Holz in eine Flüssigkeit gleicher Dielektricitätsconstante hätte einlagern müssen, wobei man nicht sicher die Veränderung beurteilen kann, den die Dielektricitätsconstante des Holzes durch capillares Einsaugen der Flüssigkeit erfährt. Dagegen habe ich die Dielektricitätsconstante des Ebonits nach dieser Art Nullmethode[3]) (durch Einlagern in Benzol-Acetonmischungen) bestimmt zu $\varepsilon = 2{,}79$, und zwar ergab sich genau der gleiche Wert an zwei Ebonitstücken verschiedener Herkunft, die zu den Spulenkernen gedient haben, und zwar sowohl in Richtung parallel zur Axe der Ebonitcylinder, als in der dazu senkrechten Richtung.

Auch die elektrische Absorption des Holzes in Richtungen parallel zur Faser machte sich an den Spulen deutlich bemerkbar[4]), indem die Spule auf dem Holzvollcylinder dem Erregerkreise mehr (auf 17 cm) genähert werden musste, als die Spule auf dem Ebonitvollcylinder (deren Abstand 21 cm vom Erregerkreis betrug), um gleich deutliches Ansprechen der Vacuumröhre im Resonanzfalle zu erzielen. Selbst die Spule auf dem dünnen Holzhohlcylinder wurde vom Erreger noch merklich schwächer inductiv erregt, als die Spulen auf den Ebonitcylindern. *Für die beste Construction der Teslatransformatoren sind daher Spulenkerne aus Holz zu vermeiden, und am besten gar keine Spulenkerne*[5]) *oder Kerne aus Ebonit- oder allenfalls auch Glaskerne (oder Röhren) zu verwenden.*[6])

1) l. c. **56.** p. 729. 1895.

2) Roh beurteilt liegen die beiden Dielektricitätsconstanten von Eschenholz bei den Werten, die von Mack für Tannenholz angegeben sind.

3) Vgl. H. Starke, Wied. Ann. **60.** p. 629. 1897; K. F. Löwe, Wied. Ann. **66.** p. 402. 1898.

4) Bei sehr langen, dünnen Spulen weniger, als bei kürzeren, weiteren.

5) Durch einige schmale Ebonitstangen, oder auch dünne Metallstangen kann der Spule Halt gegeben werden.

6) Auch Pappröhren absorbiren etwas.

Wenn man einen guten Leiter in das Innere der Spule bringt, so wird die Intensität ihrer Erregung natürlich auch sehr vermindert und zugleich wird die Eigenwellenlänge der Spule kürzer. So verringerte sich bei der Spule auf dem Holzhohlcylinder $^1/_2\,\lambda$ von 386 cm auf $^1/_2\,\lambda = 344$ cm, als ein 3 cm hoher, $^1/_2$ mm dicker Messinghohlcylinder von 5,2 cm äusserem Durchmesser in das Spuleninnere eingeführt wurde und zugleich musste die Spule von 17 cm bis auf 1 cm dem Erregerkreise genähert werden, um wieder deutliches Ansprechen der Vacuumröhre zu erhalten. Wurde in den mit dünnerem isolirtem Draht bewickelten Ebonithohlcylinder (Drahtlänge 226,5 cm) dieser Messingcylinder eingeführt, so verringerte sich $^1/_2\,\lambda$ von 567 cm (ohne Messingcylinder) auf $^1/_2\,\lambda = 415$ cm (mit Messingcylinder). Beide Resultate, sowohl die Schwächung der Erregung, als die Verkleinerung der Eigenperiode sind zu erklären durch den von der Spule im Messingcylinder (tertiär) inducirten Strom, welcher dem Spulenstrom entgegen gerichtet fliesst und daher auch kleinere Selbstinduction für die Spule hervorbringt (wie der Secundärstrom eines Transformators).

Dieselben Veränderungen in λ ergeben sich bei diesen kurzen Spulen bei Veränderung der Natur des Spulenkernes, wie bei der oben p. 303 behandelten langen Spule, nur sind alle Wirkungen noch deutlicher, weil die Spule kurz und weit ist, daher mehr elektrische Kraftlinien das Spuleninnere durchsetzen (vgl. oben p. 303). Wenn z. B. die Spule mit dem Holzhohlcylinder ($^1/_2\,\lambda$ ursprünglich 386 cm) auf ein 6 cm hohes Becherglas von 1 mm Wandstärke aufgeschoben wurde (mit dem Holzcylinder), so wuchs $^1/_2\,\lambda$ auf 397 cm. Wurde nun Petroleum in das Becherglas gegossen, so wuchs $^1/_2\,\lambda$ weiter auf 412 cm (während oben p. 304 bei der engen Spule die Einführung von Petroleum in das Glasrohr nichts ausmachte). Wurde anstatt Petroleum Wasser in das Becherglas gegossen, so wuchs sogar $^1/_2\,\lambda$ auf 511 cm.

Wurde in den die Spule tragenden Ebonithohlcylinder ein bis auf 1 mm Spielraum passender Holzkern (Weissbuche) eingesetzt, so wuchs $^1/_2\,\lambda$ von 365 cm auf 411 cm, d. h. die Spule nimmt dann eine mittlere Stellung ein zwischen der auf dem Ebonitvollcylinder und der auf dem Holzvollcylinder.

Verringert man die Länge der Spule, indem man auf den Ebonithohlcylinder entweder weniger Windungen oder dieselbe Windungszahl von dünnerem Draht wickelt, so verringert sich der Einfluss der Einfügung des Holzkernes, weil bei einer kurzen Spule die im Innenraum der Spule verlaufenden elektrischen Kraftlinien um so mehr am Spulenmantel, d. h. im Ebonithohlcylinder, verlaufen, je näher sich die Spulenenden kommen, d. h. je kürzer die Spule ist. Folgende Tabelle giebt darüber Aufschluss: Es bedeutet h die Höhe der Spule (d. h. die Distanz der Mitten ihrer Endwindungen, vgl. Fig. 5), $2r$ ihren mittleren Durchmesser (der dadurch gefunden wird, dass $2r\pi . n = l$, falls n die Windungszahl und l die Länge des Spulendrahtes bedeutet), ferner ist λ_1 die Eigenwellenlänge der auf dem Ebonithohlcylinder gewickelten Spule, λ_2 die Eigenwellenlänge nach Einsetzung des Holzkernes.

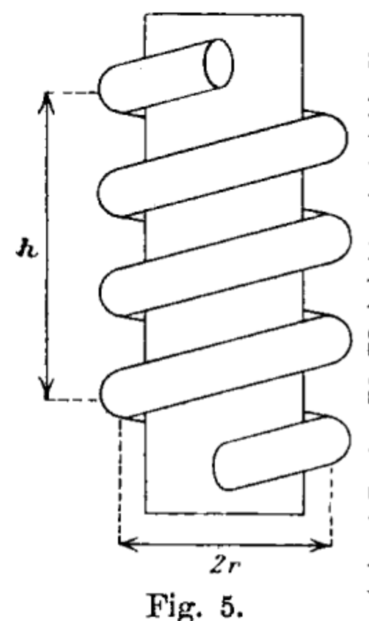


Fig. 5.

Einfluss eines Holzkernes im Ebonithohlcylinder.

h	$\frac{h}{2r}$	λ_1	λ_2	$\frac{\lambda_2}{\lambda_1}$
2,0 cm	0,32	365	411	1,13
1,2	0,20	567	627	1,10
1,0	0,16	508	549	1,08
0,66	0,11	402	417	1,04
0,55	0,09	360	379	1,05

4. *Einfluss der Drahtisolation auf die Eigenperiode der Spule. Dünne Isolation mit Seide übt keinen Einfluss auf die Eigenperiode der Spule aus, dagegen erhöht dickere Isolation die Eigenperiode um 1—4 Proc., nämlich um so mehr, je kürzer die Spule im Vergleich zu ihrem Durchmesser ist.* Z. B. ergab eine Spule der Höhe $h = 14{,}9$ cm, bei der in $n = 48$ Windungen ein 1 mm dicker, blanker Draht der Länge $l = 461$ cm mit genau constanter Ganghöhe[1]) von 3,17 mm auf einen Holzkern von

1) Zu diesem Zwecke war ein Gewinde in den Holzkern auf der Drehbank, wenig vertieft, eingeschnitten.

2,96 cm Durchmesser gewickelt war, als halbe Eigenwellenlänge den Wert $^1/_2\,\lambda = 347$ cm.

Wurde nun dieser Draht abgewickelt und ersetzt durch einen 1 mm dicken, mit gewachster Baumwolle doppelt isolirtem Draht, der mit Isolation 2,1 mm dick war, so war $l = 478$ cm, und $^1/_2\,\lambda = 368$ cm. Daher ist

	$^1/_2\,\lambda : l$	$h : 2\,r$
Blanker Draht	0,753	4,87
Isolirter Draht	0,770	4,71

Das Verhältnis $h : 2\,r$ der Spulenhöhe zum Spulendurchmesser ist nun in beiden Fällen nicht dasselbe, und da $^1/_2\,\lambda : l$ von diesem Verhältnis abhängt, so muss dies berücksichtigt werden, um den Einfluss der Drahtisolation allein zu beurteilen. Bringt man diese (weiter unten ermittelte) Correction an, so würde folgen:

	$\frac{h}{2\,r}$	$\frac{\lambda}{2\,l}$	p %
Blanker Draht	4,87	0,753	1,8
Isolirter Draht	4,87	0,767	

d. h. der alleinige Einfluss der Drahtisolation bewirkt 1,8 Proc. Zunahme des Verhältnisses $\lambda : 2\,l$.

Noch in anderer Weise konnte dieser Einfluss constatirt werden:

Auf einen Ebonitcylinder von 2,72 cm Dnrchmesser wurde ein 0,4 mm dicker, dünn mit Seide isolirter Kupferdraht auf der Drehbank aufgewickelt und zugleich ein 0,6 mm dicker Baumwollfaden, der sich knapp zwischen die Drahtwindungen legte. Nachdem die Eigenperiode bestimmt war, wurde der Faden abgewickelt, während die Drahtwindungen genau ihre Lage beibehielten. Stets ergab sich dann eine deutliche Verkleinerung von $^1/_2\,\lambda$. Folgendes sind die Resultate:

n	$\frac{h}{2r}$	$\frac{\lambda}{2l}$	p %
55	2,1	1,077 mit Faden 1,060 ohne Faden	1,6
29	1,0	1,415 mit Faden 1,395 ohne Faden	1,4
13	0,2 [1])	2,42 mit Faden 2,33 ohne Faden	3,8

Durch eine Baumwollisolation, welche etwa ebenso dick ist, als der Draht, wird also die Eigenperiode bei Spulen, welche mindestens so hoch sind wie breit, um etwa $1^1/_2$ Proc. vergrössert, bei kürzeren Spulen um mehr (z. B. um 4 Proc.). Dabei ist vorausgesetzt, dass die isolirten Drahtwindungen sich berühren, oder dass wenigstens ihr Abstand nicht gross ist. — Dies Resultat ist nach § 3 leicht verständlich, da die Isolation eine grössere Dielektricitätsconstante als Luft hat.

5. *Spulen mit inconstanter Ganghöhe.* Auf einen Eichenholzkern von 12,7 cm Durchmesser wurden sechs Windungen von 1 mm dickem, blankem Kupferdraht mit 5 mm constanter Ganghöhe aufgewickelt. Es ergab sich $^1/_2\,\lambda = 462$ cm. Wurden die Drahtenden festgehalten, die mittleren Windungen auf 3 mm Ganghöhe zusammengedrängt, während die Ganghöhe der Endwindungen erweitert wurde, so wuchs $^1/_2\,\lambda$ auf 554 cm. Wurden dagegen die Endwindungen auf 3 mm Ganghöhe zusammengedrängt, während die Ganghöhe der mittleren Windungen erweitert wurde, so nahm $^1/_2\,\lambda$ ab auf 444 cm. *Bei gleicher Spulenhöhe h und Drahtlänge l hat also eine Spule mit verengten Mittelwindungen eine langsamere Schwingungsperiode, eine Spule mit verengten Endwindungen eine schnellere Schwingungsperiode, als eine Spule von constanter Ganghöhe.* Dies Resultat ist leicht verständlich auf Grund der Ueberlegung, dass die Capacität der Spule wesentlich nur von der Spulenhöhe h abhängt, da sie durch die elektrischen Kraftlinien entsteht, welche sich von dem einen Ende der Spule zum anderen Ende aus-

1) Diese Beobachtung bezieht sich auf einen dickeren Ebonitcylinder von 5,70 cm Durchmesser.

spannen, während die Selbstinduction der Spule durch die stromführenden Mittelwindungen entsteht. Wird also deren Ganghöhe g verkleinert, während h constant bleibt, so wächst die Selbstinduction der Spule, dagegen ihre Capacität bleibt constant[1]), sodass λ zunehmen muss. Um definirte Verhältnisse zu erhalten, ist daher auf constante Ganghöhe der Spule zu achten, wie sie ja auch in praxi bei Spulen von isolirtem Draht mit dicht aufeinander geschobenen Windungen stets vorliegt. Die folgenden Betrachtungen beziehen sich wiederum nur auf Spulen constanter Ganghöhe. Die Constanz der Ganghöhe wurde entweder durch auf der Drehbank in den Holzkern der Spule sorgfältig (nicht tief) eingeschnittene Gewinde oder (bei isolirtem Draht) durch dichtes Aneinanderschieben der Windungen erreicht.

6. *Die Anzahl der charakteristischen Parameter einer Spule constanter Ganghöhe.* Als Parameter einer in Luft liegenden Spule constanter Ganghöhe treten auf: n Windungszahl, g Ganghöhe, h Spulenhöhe, $2r$ Spulendurchmesser, l Drahtlänge, δ Drahtdicke, Dicke und Natur der Drahtisolation, ε Dielektricitätsconstante des Spulenkernes, dessen Dicke auch anzugeben ist, falls er ein Hohlcylinder ist.

Durch besondere Beobachtungen wurde festgestellt, dass der *Ort* der Spule auf einem längeren Kern (ob in Mitte des Kernes oder am Ende) gleichgültig war, und ebenso das Material der Stütze, auf dem der Spulenkern stand[2]), wenigstens wenn diese Stütze isolirendes Material (auch Holz) war.

Es ist die Frage, wie sich die Eigenperiode T der Spule, oder die Eigenwellenlänge λ aus den Parametern der Spule bestimmt. Diese Parameter sind nicht alle voneinander unabhängig, sondern es bestehen die Relationen:

$$h = (n - 1)g, \quad l = 2\,r\,\pi\,n.$$

Nach dem Aehnlichkeitssatz oben p. 302 muss nun λ im Verhältnis der Drahtlänge l wachsen, wenn n con-

1) Etwas nimmt auch die Capacität zu, weil auch die Endwindungen sich zum Teil näher kommen, selbst wenn h constant bleibt.

2) λ blieb auch dasselbe, wenn die Spule nicht aufgestellt, sondern isolirt frei aufgehängt wurde. Dies ist bei Spulen ohne Kern anders, vgl. unten.

stant bleibt, dagegen h, r, l, g und δ in gleichem Verhältnis wachsen.

Es muss daher sein[1])

$$\text{(A)} \qquad {}^1/_2\,\lambda = l\,f(n,\; h/2\,r,\; g/\delta,\; \varepsilon),$$

wobei f eine Function von n, $h/2\,r$, g/δ und ε ist und auch noch etwas abhängt von Natur und Dicke der Drahtisolation.

Um nun zunächst die Abhängigkeit von n zu prüfen, sind folgende Spulen untersucht worden auf Ebonitvollkern:

$2r$ cm	h cm	δ mm	g mm	n	l	$^1/_2\lambda$	f	$h/2r$	g/δ	
2,77	0,57	0,4	0,52	12	105	278	2,65	0,206	1,29	dünn isolirt
5,75	1,11	0,4	0,51	23	415	1100	2,65	0,193	1,27	
5,90	1,22	0,9	2,03	7	130	307	2,37	0,207	2,26	dick isolirt
5,75	1,19	0,4	0,99	13	235	569	2,42	0,207	2,47	

Wie nun nachher beschrieben werden wird, hängt $f = {}^1/_2\lambda : l$ bei weitem am stärksten von $h/2\,r$ ab. Bei der zweiten Beobachtung ist $h/2\,r$ etwas kleiner, als bei den anderen Beobachtungen. Reducirt man diese zweite Beobachtung auf gleiches Verhältnis $h/2\,r = 0{,}206$, so würde für f folgen der Wert 2,64. Wie ferner schon aus dieser Tabelle hervorgeht, hängt f etwas von g/δ ab, indem es vom Wert 2,65 auf den Wert 2,40 abnimmt, wenn g/δ von 1,3 auf 2,4 wächst. Diese Abnahme von f ist aber, wie spätere Versuche zeigten, in der Nähe von $g/\delta = 1$ viel bedeutender, als für grössere Werte von g/δ, sodass man, auf gleiche Werte $h/2\,r$ und gleiche Werte g/δ reducirt, folgendes Resultat erhält:

n	$h/2r$	g/δ	f
12	0,206	1,29	2,65
23	0,206	1,29	2,63
7	0,207	2,26	2,37
13	0,207	2,26	2,43

1) Es ist der Factor $^1/_2$ vor λ gesetzt, weil dann bei einem geraden, dünnen Draht in Luft $f = 1$ wird.

Die Vergrösserung der Windungszahl n von 12 auf 23 hat also f um weniger als 1 Proc. verkleinert; die Vergrösserung des n von 7 auf 13 hat f um $2^1/_2$ Proc. vergrössert. Die letzte Beobachtung ist insofern nicht exact vergleichbar mit der vorletzten, weil das Isolationsmaterial in beiden Fällen etwas verschieden war.[1])

Bei grösseren Werten von n ist die Abhängigkeit des f von n noch unbedeutender, und bleibt stets unter 1 Proc., wie folgende Tabelle lehrt, welche sich auf Spulen mit Holzkern bezieht. Es wurde in allen drei Fällen derselbe dünn isolirte Draht verwendet.

$2r$	h	δ	g	n	l	$^1/_2\lambda$	$h/2r$	$^1/_2\lambda$ reduc.	g/δ
1,91	8,05	0,4	1,40	58,5	350	302	4,21	302	3,5
2,30	9,51	0,4	2,30	48,5	350	304	4,14	303	5,8
2,97	11,57	0,4	3,17	37,5	350	301	3,90	295	8,0

Bei constantem l ist also auch $^1/_2\,\lambda$ nahezu constant, d. h. unabhängig von n. Die Zunahme von g/δ bewirkt nur eine geringe Abnahme der auf gleiches $h/2r = 4{,}21$ reducirten halben Wellenlänge ($^1/_2\,\lambda$ reduc.).

Die Eigenperiode der Spule ist daher von der Anzahl ihrer Windungen unabhängig und man kann setzen:

$$\text{(B)} \qquad {}^1/_2\,\lambda = l\,.\,f(h/2r,\quad g/\delta,\quad \varepsilon).$$

Folgende Reihe bezieht sich nun auf zwei verschiedene constante Werte g/δ und wechselndes $h/2r$. p bedeutet die procentische Zunahme von $f = {}^1/_2\,\lambda : l$, wenn man bei constantem $h/2r$ von $g/\delta = 2{,}4$ übergeht zu $g/\delta = 1{,}09$.

1) Im letzten Fall waren die Drähte durch einen Baumwollfaden voneinander isolirt. Wurde derselbe abgewickelt, so ergab sich f bei $n = 13$ um $1^1/_2$ Proc. kleiner, als bei $n = 7$.

Ebonitkern.

$g/\delta = 2,4$ dicke Baumwollisolation [1])				$g/\delta = 1,09$ dünne Seidenisolation				p %
$2r$	n	$h/2r$	f	$2r$	n	$h/2r$	f	
	76	5,40	0,741					
	60	4,11	0,788		107	4,11	0,808	2,5
	53	3,63	0,826					
2,8	44	3,01	0,888	2,8	79	3,01	0,924	4,0
bis	37	2,53	0,966	bis				
3,0	30	2,10	1,061	3,0	54	2,10	1,110	4,0
	55	2,10	1,067					
	23	1,61	1,190		42	1,61	1,233	3,6
	29	1,05	1,405		29	1,05	1,521	7,9
					22	0,79	1,75	
					16	0,56	2,04	
	10	0,32	2,11					
5,8	13	0,20	2,38		12	0,20	2,80	16
bis	7	0,20	2,38	5,8				
6,1				bis	11	0,18	2,88	
				6,1	10	0,16	2,99	
					7	0,11	3,28	
					6	0,092	3,47	

Aus dieser Tabelle ist deutlich ersichtlich, wie einerseits bei constantem g/δ die Function f mit wachsendem $h/2r$ abnimmt, und andererseits bei constantem $h/2r$ die Function f mit abnehmendem g/δ wächst, und zwar um so mehr, je kleiner $h/2r$ ist.

Auf der Taf. I sind die Resultate graphisch dargestellt.

Bei kurzen weiten Spulen hat der Wert von $h/2r$, sowie der Wert von g/δ einen so starken Einfluss, dass man die Spule sehr genau wickeln muss, wenn man den Wert von f auf 1 Proc. genau bestimmen will. Die Tabelle mag daher

1) Die Isolation füllt den Raum zwischen den Drahtwindungen ganz aus.

für $h/2r < 0{,}6$ Fehler von 1—2 Proc. enthalten. Für $h/2r > 0{,}6$ halte ich die Werte von f für mindestens auf 1 Proc. richtig, wie auch schon aus dem glatten Verlauf der Curve hervorgeht, sowie daraus, dass sich bei Wiederholung einer Beobachtung (Neubewickelung der Spule) [1]) Abweichungen unter 1 Proc. ergeben. In der Tafel ist auch noch eine dritte Curve eingezeichnet für $g/\delta = 1{,}27$.

Wie stark f bei kleinem $h/2r$ von g/δ abhängt, geht aus folgender Tabelle hervor:

	$h/2r = 0{,}20$				$h/2r = 2{,}10$		
g/δ	1,07	1,09	1,27	2,4	1,08	1,24	2,4 bis 2,8
f	3,00	2,80	2,64	2,38	1,12	1,10	1,06

7. *Spulen auf Holzkernen.* Wie schon oben p. 303 gesagt wurde, ist die Eigenwellenlänge einer Spule auf Holzkern grösser als die einer genau gleich gewickelten Spule auf Ebonitkern, und zwar um so mehr, je kleiner $h/2r$ ist. Ausserdem kommt es etwas auf die Holzart an; ich habe benutzt gut trockene (alte) Kerne von Esche, Rotbuche, Weissbuche, Eiche. Die Fasern liefen der Spulenaxe parallel.

Bezeichnet man das f in Formel (B) für einen Holzkern mit f_h, für einen Ebonitkern mit f_e, und nennt man

$$p = \frac{f_h - f_e}{f_e}\,100$$

die procentische Zunahme von f beim Uebergang vom Ebonitkern zum Holzkern, so ergab sich p unabhängig von g/δ. Die Abhängigkeit des p von $h/2r$ und von der Natur des Holzes ist durch folgende Beobachtungsresultate dargestellt:

1) Einige der Werte der Tabelle sind Mittelwerte aus zweien solcher gesonderten Beobachtungen. Die Beobachtung der Wellenlänge ist auf $^1/_4$ Proc. sicher. Dass f nicht so genau ermittelt worden ist, liegt lediglich daran, dass die Spulen nicht genügend exact gewickelt sind, und das Isolirmaterial des Drahtes Einfluss hat.

$h/2r$	Esche	Rothbuche	Weissbuche	Eiche
3,77	4,5 %	3,3 %	—	—
2,00	4,5	8	9 %	9 %
1,00	7,7	—	11,5	12,8
0,32	8,5	—	—	—
0,20	9,7	10	10,7	12,4
0,10	—	6,3	—	—
0,04	—	—	—	12,0

Die Resultate fallen nicht sehr exact aus, weil verschiedene Kerne derselben Holzart doch etwas verschiedene Dielektricitätsconstanten haben werden. Soviel geht aber aus der Tabelle hervor, dass Esche und Rotbuche sich ungefähr gleich verhalten, dass ferner Weissbuche eine grössere Dielektricitätsconstante hat und Eiche die grösste. Bei letzteren beiden Holzarten nimmt ferner p mit abnehmendem $h/2r$ weniger stark zu, als bei ersteren beiden Holzarten, was zu erklären wäre durch die Annahme, dass bei Eiche und Weissbuche die elektrische Isotropie mehr gestört ist, als bei Esche und Rotbuche, d. h. dass die Dielektricitätsconstante in Richtung der Fasern wesentlicher grösser ist, als senkrecht zu den Fasern. Bei einem isotropen Material von grösserer Dielektricitätsconstante als Ebonit muss nämlich p aus dem oben p. 303 genannten Grunde mit abnehmendem $h/2r$ wachsen. Wenn nun aber die Dielektricitätsconstante in Richtung der Spulenaxe wesentlich grösser ist, als senkrecht dagegen, so muss bei grossem $h/2r$ schon durch die verhältnismässig wenigen elektrischen Kraftlinien, welche im Innern parallel der Spulenaxe verlaufen, eine ziemlich starke Erhöhung der elektrischen Capacität der Spule, d. h. Vergrösserung von $\frac{1}{2}\lambda$, herbeigeführt werden. Bei kleinerem $h/2r$ verlaufen die inneren elektrischen Kraftlinien der Spule zum Teil schief gegen die Spulenaxe, d. h. in Richtungen kleinerer Dielektricitätsconstante. Daher wird die Zunahme des p mit Abnahme von $h/2r$ um so geringer sein, je mehr die Dielektricitätsconstante des Spulenkernes in Richtung der Axe grösser ist, als in den dazu senkrechten Richtungen.

Durch graphische Ausgleichung habe ich aus der mit-

geteilten Tabelle folgende Werte für p angenommen, und sie den späteren Berechnungen zu Grunde gelegt.

$$p = \frac{f_h - f_e}{f_e} 100 \text{ für Holzarten.}$$

$h/2r$	Esche und Rotbuche	Weissbuche	Eiche
6	3	5	6
5	$3^1/_2$	$5^1/_2$	$6^1/_2$
4	4	$6^1/_2$	$7^1/_2$
3	5	7	8
2	6	$8^1/_2$	$9^1/_2$
1,5	7	$9^1/_2$	11
1	8	$10^1/_2$	12
0,6	$8^1/_2$	11	$12^1/_2$
0,4	9	11	$12^1/_2$
0,2	9	11	$12^1/_2$
0,1	9	11	$12^1/_2$
0,05	9	$10^1/_2$	12

8. *Spulen auf Hohlkernen* (*Röhren*). Bei Spulen auf Hohlkernen kommt es ausser auf die Verhältnisse $h/2r$ und g/δ auch auf das Verhältnis $w:r$, d. h. Wandstärke zu Radius des Kernes an. Nennt man wiederum p die procentische Zunahme von f beim Uebergang vom Ebonitkern zum Hohlkern, d. h. ist

$$p = \frac{f_h - f_e}{f_e} 100,$$

so ergiebt sich p unabhängig von g/δ, aber abhängig von $h/2r$ und $w:r$. Folgende Werte von p wurden beobachtet:

Spule auf Ebonitröhre, $w/r = 0{,}05 = {}^1/_{20}$.

$h/2r$	0,32	0,20	0,16	0,11	0,09	0,067
p %	−10,0	−10,3	− 9,7	−7,9	−8,4	−4,6

Spule auf Glasröhre, $w/r = 0{,}05 = {}^1/_{20}$.

$h/2r$	5,36	2,00	0,64	0,33
p %	− 6,1	− 6,1	− 6,1	− 4,0

Spulen auf Glasröhren (Bechergläsern).

	$w/r = 1/5$		$w/r = 1/9$	$w/r = 1/50$
$h/2r$	5,45	2,0	0,31	0,045
p %	− 3,4	− 0,9	+ 5,6	+ 7,1

Spule auf Pappröhre, $w/r = 1/12$.

$h/2r$	1,8
p %	− 4

Spule auf Eschenholzröhre, $w/r = 0,11 = 1/9$.

$h/2r$	0,32
p %	− 4,3

Es ergiebt sich hieraus, wie auch schon in § 3 gesagt wurde, dass durch kleine w/r die Eigenperiode verkleinert wird. Spulen auf Ebonitröhren[1]) bei bestimmtem Wert w/r nähern sich nach der ersten der hier angeführten Beobachtungsreihen in ihrer Eigenperiode um so mehr den geometrisch ähnlich gewickelten Spulen auf Ebonitvollkernen, je kleiner $h/2r$ ist. Dies stimmt auch überein mit der oben p. 308 erwähnten Thatsache, dass der Einfluss eines Holzkernes, den man in die Ebonitröhre schiebt, um so geringer wird, je kleiner $h/2r$ ist.

Für wachsende $h/2r$ müssten bei constantem Werte w/r die Spulen auf Röhre sich mehr und mehr nähern den Spulen ohne festen Kern, und zwar wird dies um so eher eintreten, je kleiner w/r ist und je kleiner die Dielektricitätsconstante des Röhrenmateriales ist.

In der That sehen wir dies an den Röhrenspulen $w/r = 1/20$ Ebonit und Glas) bestätigt. Wie wir im nächsten § sehen) werden, ist für eine Spule ohne Kern bei $h/2r = 0,3$ der Wert $p = -17$ Proc. Für die Spule auf Ebonitröhre ist bei diesem

1) Die Beobachtungen an den Spulen auf Glasröhren sind nicht so gut untereinander vergleichbar wegen verschiedener Dielektricitätsconstanten der Glassorten.

Werte $h/2r$ der Wert $p = -10$ Proc., für die Spule auf Glasröhre $p = -4$ Proc.

Bei $h/2r = 5{,}36$ ist für die Spule auf Glasröhre $p = -6{,}1$ Proc. Für eine kernlose Spule ist $p = -7{,}5$ Proc. Für eine Ebonitröhre $w/r = 1/_{20}$ muss daher bei $h/2r = 5{,}36$ p zwischen $-7{,}5$ und $-6{,}1$ Proc. liegen, etwa bei $p = -7$ Proc. Nimmt man an, dass zwischen $h/2r = 5{,}4$ und $h/2r = 0{,}32$ bei der Ebonitröhre sich p nahezu[1]) linear von $p = -7$ Proc. zu $p = -10$ Proc. verändern, so erhält man daher folgende Tabellen für p:

Spulen auf Ebonitröhre, $w/r = 1/_{20}$.

$h/2r$	0,04	0,05	0,06	0,075	0,09	0,105	0,13	0,16
p %	−3	−4	−5	−6	−7	−8	−9	−10

$h/2r$	0,2	0,32	1,0	1,5	2,2	3,2	4,2	6
p %	−10,5	−10	−9,5	−9	−8,5	−8	−7,5	−7

Spulen auf Glasröhre, $w/r = 1/_{20}$.

$h/2r$	0,04	0,06	0,08	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,7—6,0
p %	+10	+9	+8	+7	+5	+3	0	−2	−4	−5	−6

9. *Spulen ohne Kerne.* Es gelang die Herstellung solcher Spulen recht gut, indem sie zunächst auf einen festen Kern gewickelt wurden, sodann von demselben vorsichtig heruntergenommen wurden, und nun durch Bindung mit drei Zwirnsfäden die Drahtwindungen der Spule mit leichtem Druck so aneinander gepresst wurden, dass eine gut cylindrische Spulengestalt wieder erhalten wurde.

Bei Spulen ohne feste (oder flüssige) *Kerne sind die kürzesten Eigenperioden zu erwarten.* Das stellte sich auch in der That heraus. Das Ansprechen der Spule auf Resonanz ist natürlich wegen Fehlens jeglicher Absorption ein tadelloses, da ausserdem die Spule bei dieser Herstellung die möglichst

1) Die Tabelle ist durch graphische Ausgleichung gewonnen. Die Fehler werden ½ Proc. nicht überschreiten.

kleinste elektrische Capacität besitzt, *so sind Secundärspulen ohne Kern für Teslatransformatoren die besten.* (Es ist nur die Frage, wie man technisch die Spule am besten herstellt, ohne dass sie zu leicht deformirbar ist.)

Die procentische Aenderung p des Coefficienten f in Gleichung (B) p. 313 beim Uebergang von Spulen mit Ebonitkern (f_e) zu geometrisch ähnlichen Spulen ohne Kern (f_0), werde wieder bezeichnet durch

$$p = \frac{f_0 - f_e}{f_e} 100.$$

Es ergab sich (g/δ war entweder 1,09 oder 2,4):

Spulen ohne Kern.

$h/2r$	4,31	2,70	1,68	1,08	0,193
p %	−8,4	−9,1	−12,3	−14,5	−17,1

Dass p bei abnehmendem $h/2r$ beständig kleiner wird, war zu erwarten, da ein Spulenkern die Eigenperiode um so mehr vergrössert, je kleiner $h/2r$ ist.

Trägt man die Werte p graphisch ein, so ergiebt sich folgende Darstellung:

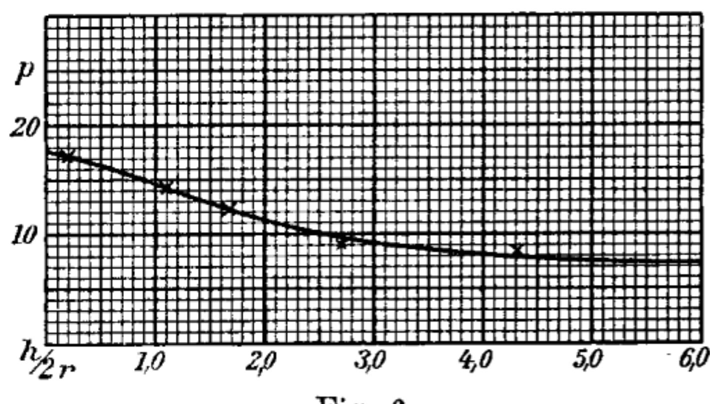


Fig. 6.

Die beobachteten Werte sind durch Kreuze × markirt. Aus dieser Curve ergiebt sich folgende Tabelle zur Berechnung des Coefficienten f_0 bei kernlosen Spulen.

$$f_0 = f_e\left(1 - \frac{p}{100}\right).$$

$h/2r$	0,2	0,4	0,6	0,9	1,2	1,5	1,8	2,1	2,5	3,0	4,3	6,0
p %	17	16,5	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7,5

Diese Spulen waren an Zwirnsfäden frei aufgehängt. *Wenn sie auf Ebonit, Holz oder Glas gestellt wurden, so vergrösserte sich dadurch die Periode*, und zwar

bei $h/2r = 1$ um 5 Proc. bei Ebonitauflage,
um 8 „ „ Holz- oder Glasauflage,
bei $h/2r = 0,2$ um 4 „ „ Holzauflage.

Wenn $h/2r$ sehr klein ist, so ist nur dann der in der Tabelle gegebene Wert von p anzuwenden, wenn die Drahtisolation nicht zu dick ist (etwa nicht wesentlicher grösser, als die Drahtdicke), weil sonst die Spule als eine auf Hohlkern gewickelte anzusehen ist, d. h. p kleiner wäre.

10. *Tabellen zur Berechnung der Eigenwellenlänge einer Spule.* Die hier zum bequemen Gebrauch aufgestellten Tabellen sind zunächst durch graphische Interpolation aus den Beobachtungen an Spulen auf Ebonitvollcylindern gewonnen (vgl. p. 314), weil diese exact zu wickeln sind und das Material des Spulenkernes ein definirtes ist. Nach §§ 7, 8 und 9 wurden danach die Werte von f für Holzkerne und Hohlkerne berechnet und umgekehrt bei sehr kleinem $h/2r$ die Beobachtungen an Holz- und Hohlkernen zur Ergänzung der Beobachtungen an Ebonitkernen benutzt. Für Holzkerne wurde auch bei grossen Werten von g/δ beobachtet. Es sind drei Fälle zu unterscheiden:

a) Die Drahtwindungen haben keine Luftzwischenräume. Windungen in Ebonitrillen, oder isolirte Windungen aneinander geschoben.

b) Die Drahtwindungen haben Luftzwischenräume; blanker Draht in nicht vertieften Rillen auf Kern.

c) Drahtwindungen in Holzrillen (ohne Luftzwischenräume).[1])

Für $g/\delta < 1,3$ kommt nur der Fall a) in Betracht. Er ist überhaupt der praktisch wichtigere.

Es bedeutet in der Tabelle h die Spulenhöhe, $2r$ den Spulendurchmesser, g die Ganghöhe, δ die Drahtdicke, w die Wanddicke des Hohlkernes.

Die halbe Eigenwellenlänge der Spule ist

$$^1/_2\,\lambda = f \,.\, l,$$

wobei l die Länge des Spulendrahtes ist.

---

1) Liegen die Drahtwindungen in Holz, so ist f etwa 2 Proc. grösser, als wenn die Drahtwindungen mit Baumwollisolation aneinander geschoben sind. Der dementsprechende Wert von f ist aus den Tabellen, falls er nicht direct angegeben ist, leicht zu entnehmen, indem die Werte von f in den Columnen a) um 2 Proc. zu vergrössern sind.

$h/2r$	Werte von f für Spulen														
	auf Ebonitvollkern				ohne Kern			auf Ebonitröhre, $w/r = {}^1/_{20}$				auf Glas[1])-Röhre, $w/r = {}^1/_{20}$			
	g/δ				g/δ			g/δ				g/δ			
	1,09	1,24	2,4 a)	2,4 b)	1,09	1,24	2,4 a)	1,09	1,24	2,4 a)	2,4 b)	1,09	1,24	2,4 a)	2,4 b)
6,0	0,74	0,73	0,72	0,71	0,68$_5$	0,67$_5$	0,66$_5$	0,69	0,68	0,67	0,66	0,70	0,69	0,68	0,67
5,5	0,75$_5$	0,74$_5$	0,73$_5$	0,72$_5$	0,70	0,69	0,68	0,70$_5$	0,69$_5$	0,68$_5$	0,67$_5$	0,71	0,70	0,69	0,68
5,0	0,77$_5$	0,76$_5$	0,75$_5$	0,74$_5$	0,71$_5$	0,70$_5$	0,69$_5$	0,72	0,71	0,70	0,69	0,73	0,72	0,71	0,70
4,5	0,79$_5$	0,78$_5$	0,77$_5$	0,76$_5$	0,73$_5$	0,72$_5$	0,71$_5$	0,74	0,73	0,72	0,71	0,75	0,74	0,73	0,72
4,0	0,82$_5$	0,81$_5$	0,80$_5$	0,79	0,76	0,75	0,74	0,76$_5$	0,75$_5$	0,74$_5$	0,73$_5$	0,78	0,77	0,76	0,75
3,5	0,87	0,86	0,84$_5$	0,83$_5$	0,79$_5$	0,78$_5$	0,77	0,80	0,79	0,78	0,77	0,82	0,81	0,80	0,79
3,0	0,93	0,91	0,89	0,88	0,84$_5$	0,83	0,81	0,85$_5$	0,83$_5$	0,82	0,81	0,87	0,85	0,83	0,82
2,8	0,96	0,94	0,91$_5$	0,91	0,87$_5$	0,85$_5$	0,83$_5$	0,88$_5$	0,86$_5$	0,84$_5$	0,83$_5$	0,90	0,88	0,86	0,85
2,6	0,99$_5$	0,97	0,94$_5$	0,94	0,90	0,88	0,86	0,91$_5$	0,89	0,86$_5$	0,85$_5$	0,93	0,91	0,89	0,88
2,4	1,03	1,00	0,98$_5$	0,97	0,92$_5$	0,90	0,88$_5$	0,94$_5$	0,92	0,90	0,89	0,97	0,94	0,92	0,91
2,2	1,07$_5$	1,05	1,03	1,01$_5$	0,96	0,93$_5$	0,92	0,98	0,96	0,94	0,92$_5$	1,01	0,99	0,96	0,95
2,0	1,12$_5$	1,10$_5$	1,08	1,06$_5$	0,99$_5$	0,97$_5$	0,96	1,02$_5$	1,00$_5$	0,98$_5$	0,96$_5$	1,06	1,04	1,02	1,00
1,8	1,18	1,16$_5$	1,13$_5$	1,12	1,04	1,02	1,00	1,07$_5$	1,05$_5$	1,03$_5$	1,01$_5$	1,11	1,09	1,07	1,05
1,6	1,25$_5$	1,23	1,19	1,17$_5$	1,09	1,06$_5$	1,04	1,13$_5$	1,10$_5$	1,08$_5$	1,06$_5$	1,17	1,14	1,12	1,10
1,4	1,32$_5$	1,29$_5$	1,25	1,23	1,15	1,12	1,08$_5$	1,21	1,17	1,14	1,12	1,25	1,21	1,18	1,16
1,2	1,42$_5$	1,37$_5$	1,33	1,31	1,22$_5$	1,18$_5$	1,15	1,29$_5$	1,25$_5$	1,21$_5$	1,19$_5$	1,34	1,29	1,25	1,23
1,0	1,55$_5$	1,48$_5$	1,43$_5$	1,41$_5$	1,33	1,27	1,22$_5$	1,41	1,33	1,28$_5$	1,26$_5$	1,46	1,39	1,34	1,32
0,9	1,64	1,56	1,50	1,48	1,39	1,32$_5$	1,27$_5$	1,48	1,40$_5$	1,35$_5$	1,33$_5$	1,54	1,46	1,40	1,38
0,8	1,74	1,65	1,59	1,56	1,47	1,39	1,34	1,57	1,48$_5$	1,43$_5$	1,41$_5$	1,64	1,55	1,49	1,47
0,7	1,85$_5$	1,73	1,68	1,64	1,56	1,46	1,41	1,67	1,56	1,51	1,48	1,74	1,63	1,57	1,54
0,6	1,99	1,84	1,77	1,73	1,67	1,54$_5$	1,48$_5$	1,79	1,65	1,59	1,56	1,87	1,73	1,67	1,63
0,5	2,13$_5$	1,95$_5$	1,88	1,83	1,79	1,63$_5$	1,58	1,93	1,76	1,69	1,65	2,03	1,85	1,78	1,74
0,4	2,30$_5$	2,10	2,00	1,95	1,92$_5$	1,75$_5$	1,67$_5$	2,08	1,89	1,80	1,75	2,20	2,00	1,90	1,85
0,3$_5$	2,39	2,19	2,07	2,01	2,00	1,83	1,73	2,15	1,97	1,87	1,81	2,29	2,10	1,99	1,93
0,3	2,50	2,29	2,15	2,08	2,08	1,91	1,79	2,25	2,06	1,94	1,87	2,45	2,24	2,11	2,04
0,2$_5$	2,63	2,43	2,25	2,17	2,18	2,02	1,87	2,36	2,18	2,02	1,95	2,63	2,43	2,25	2,17
0,2	2,80	2,61	2,38	2,29	2,32	2,16	1,97	2,51	2,34	2,13	2,05	2,88	2,69	2,45	2,36
0,1$_5$	3,04	2,80	2,53	2,43	2,52	2,32	2,10	2,74	2,52	2,28	2,19	3,20	2,94	2,66	2,55
0,1	3,36	3,10	2,74	2,63	2,79	2,57	2,28	3,11	2,86	2,53	2,43	3,6	3,3	2,9$_5$	2,8
0,09	3,47	3,19	2,74	2,63	2,88	2,65	2,27	3,23	2,97	2,55	2,45	3,7	3,4$_5$	2,9$_5$	2,8
0,08	3,53	3,22	2,73	2,62	2,93	2,67	2,26	3,31	3,02	2,56	2,46	3,8	3,5	2,9$_5$	2,8
0,07	3,57	3,23	2,71	2,60	2,96	2,68	2,25	3,38	3,05	2,56	2,45	3,9	3,5	2,9$_5$	2,8
0,06	3,62	3,21	2,68	2,57	3,00	2,66	2,23	3,44	3,05	2,55	2,44	3,9$_5$	3,5	2,9$_5$	2,8
0,05	3,60	3,18	2,64	2,53	2,98	2,64	2,19	3,46	3,05	2,53	2,43	3,9$_5$	3,5	2,9	2,8
0,04	3,58	3,14	2,59	2,49	2,97	2,60	2,15	3,47	3,05	2,51	2,42	3,9$_5$	3,4$_5$	2,8$_5$	2,7$_5$

1) Thüringer Glas.

$h/2r$	Werte von f für Spulen auf Vollkernen														
	von Esche oder Rotbuche					von Weissbuche					von Eiche				
	g/δ					g/δ					g/δ				
	1,09	1,24	2,4 a)	2,4 b)	3,4—5 c)	1,09	1,24	2,4 a)	2,4 b)	3,4—5 c)	1,09	1,24	2,4 a)	2,4 b)	3,4—5 c)
6,0	0,76	0,75	0,74	0,73	0,74	0,78	0,77	0,76	0,75	0,76	0,79	0,77	0,76	0,75	0,76
5,5	0,78	0,77	0,76	0,75	0,76	0,79	0,78	0,77	0,76	0,77	0,80	0,79	0,78	0,77	0,78
5,0	0,80	0,79	0,78	0,77	0,78	0,82	0,81	0,80	0,79	0,80	0,83	0,82	0,81	0,80	0,81
4,5	0,83	0,82	0,81	0,80	0,81	0,85	0,84	0,83	0,82	0,83	0,86	0,84	0,83	0,82	0,83
4,0	0,86	0,84	0,83	0,82	0,84	0,88	0,87	0,86	0,85	0,86	0,89	0,87	0,86	0,85	0,86
3,5	0,91	0,89	0,88	0,87	0,89	0,93	0,91	0,90	0,89	0,90	0,94	0,91	0,90	0,89	0,90
3,0	0,98	0,96	0,93	0,92	0,94	0,99	0,97	0,95	0,94	0,96	1,00	0,98	0,96	0,95	0,97
2,8	1,01	0,99	0,97	0,96	0,98	1,03	1,00	0,98	0,97	0,99	1,04	1,02	1,00	0,99	1,01
2,6	1,05	1,02	1,00	0,99	1,01	1,07	1,04	1,02	1,00	1,03	1,08	1,06	1,04	1,02	1,05
2,4	1,09	1,07	1,05	1,03	1,06	1,11	1,08	1,06	1,04	1,07	1,12	1,10	1,08	1,06	1,09
2,2	1,14	1,12	1,10	1,08	1,11	1,16	1,13	1,11	1,09	1,12	1,17	1,15	1,13	1,11	1,14
2,0	1,20	1,18	1,15	1,13	1,16	1,22	1,19	1,17	1,15	1,18	1,23	1,21	1,19	1,17	1,20
1,8	1,26	1,24	1,21	1,19	1,22	1,29	1,26	1,24	1,22	1,25	1,30	1,28	1,26	1,24	1,27
1,6	1,34	1,30	1,27	1,25	1,28	1,36	1,33	1,30	1,28	1,31	1,37	1,34	1,32	1,30	1,33
1,4	1,42	1,38	1,35	1,33	1,36	1,45	1,41	1,37	1,35	1,38	1,47	1,43	1,40	1,37	1,41
1,2	1,54	1,48	1,43	1,41	1,44	1,57	1,52	1,47	1,45	1,48	1,59	1,53	0,48	1,45	1,50
1,0	1,68	1,60	1,54	1,52	1,55	1,72	1,65	1,59	1,57	1,60	1,74	1,66	1,60	1,57	1,63
0,9	1,77	1,69	1,62	1,59	1,63	1,81	1,73	1,66	1,63	1,67	1,83	1,74	1,68	1,64	1,71
0,8	1,88	1,78	1,72	1,68	1,73	1,92	1,82	1,75	1,71	1,75	1,94	1,83	1,77	1,73	1,80
0,7	2,01	1,88	1,81	1,77	1,82	2,05	1,92	1,84	1,80	1,84	2,08	1,95	1,88	1,84	1,91
0,6	2,16	1,99	1,92	1,88	1,93	2,21	2,04	1,96	1,91	1,96	2,24	2,07	1,99	1,95	2,01
0,5	2,32	2,12	2,04	1,99	2,04	2,37	2,18	2,09	2,04	2,10	2,40	2,19	2,11	2,06	2,12
0,4	2,52	2,30	2,19	2,13	2,18	2,56	2,35	2,24	2,18	2,23	2,60	2,37	2,26	2,20	2,26
$0{,}3_5$	2,60	2,39	2,26	2,19	2,25	2,65	2,43	2,31	2,24	2,30	2,69	2,46	2,33	2,26	2,33
0,3	2,72	2,50	2,34	2,26	2,32	2,78	2,54	2,39	2,31	2,37	2,82	2,59	2,43	2,35	2,42
$0{,}2_5$	2,88	2,65	2,46	2,37	2,43	2,93	2,68	2,50	2,41	2,47	2,97	2,74	2,54	2,45	2,52
0,2	3,05	2,82	2,59	2,49	2,55	3,12	2,86	2,64	2,54	2,60	3,16	2,95	2,69	2,59	2,66
$0{,}1_5$	3,32	3,05	2,76	2,65	2,71	3,38	3,11	2,81	2,70	2,76	3,43	3,15	2,85	2,74	2,80
0,1	3,7	3,4	3,0	$2{,}8_5$	$2{,}8_5$	3,7	$3{,}4_5$	$3{,}0_5$	2,9	$2{,}8_5$	3,8	3,5	3,1	$2{,}9_5$	2,9
0,09	3,8	3,5	3,0	$2{,}8_5$	2,8	$3{,}8_5$	$3{,}5_5$	$3{,}0_5$	$2{,}9_5$	2,8	3,9	3,6	3,1	$2{,}9_5$	$2{,}8_5$
0,08	$3{,}8_5$	3,5	3,0	$2{,}8_5$	$2{,}7_5$	3,9	3,6	$3{,}0_5$	$2{,}9_5$	$2{,}7_5$	$3{,}9_5$	3,6	$3{,}0_5$	$2{,}9_5$	2,8
0,07	3,9	3,5	$2{,}9_5$	$2{,}8_5$	$2{,}7_5$	$3{,}9_5$	3,6	3,0	2,9	$2{,}7_5$	4,0	3,6	$3{,}0_5$	2,9	2,8
0,06	$3{,}9_5$	3,5	2,9	2,8	$2{,}7_5$	4,0	$3{,}5_5$	$2{,}9_5$	$2{,}8_5$	$2{,}7_5$	$4{,}0_5$	3,6	3,0	2,9	2,8
0,05	$3{,}9_5$	3,5	2,9	$2{,}7_5$	$2{,}7_5$	4,0	3,5	2,9	2,8	$2{,}7_5$	$4{,}0_5$	$3{,}5_5$	$2{,}9_5$	$2{,}8_5$	2,8
0,04	3,9	$3{,}4_5$	$2{,}8_5$	2,7	2,7	$3{,}9_5$	3,5	$2{,}8_5$	$2{,}7_5$	2,7	4,0	3,5	2,9	2,8	$2{,}7_5$
0,03	$3{,}8_5$	3,4	$2{,}7_5$	2,6	2,6	3,9	3,4	$2{,}7_5$	$2{,}6_5$	2,6	$3{,}9_5$	$3{,}4_5$	2,8	2,7	$2{,}6_5$

Die Angaben der Tabelle p. 322 sind zuverlässiger, als die der Tabelle p. 323, bei welcher wechselnde Holzbeschaffenheit Fehler verursachen kann. Am zuverlässigsten sind die Angaben von f für Ebonitvollkerne, bei denen für $h/2r > 0{,}3$ die Genauigkeit mindestens 1 Proc., für $h/2r < 0{,}3$ mindestens 2 Proc. beträgt. Für Holzkerne mag bei kleinem $h/2r$ ($h/2r < 0{,}1$) eventuell 5 Proc. Abweichung von den Angaben der Tabelle durch wechselnde Holzbeschaffenheit verursacht werden können, im allgemeinen werden aber auch bei Holzkernen die Abweichungen von den Angaben der Tabelle innerhalb 2 Proc. liegen.

Für Röhren von kleinerer Wandstärke als $w/r = {}^1/_{20}$ liegt f natürlich zwischen den Werten, welche die Tabelle für Röhren $w/r = {}^1/_{20}$ und für kernlose Spulen angiebt.

11. *Angenäherte Theorie der Eigenschwingung einer langen, engen Spule.* Wenn die Stromstärke in der Spule constant wäre, so ist (bei grossem Werte $h/2r$ strenger, bei kleinerem $h/2r$ wenigstens annähernd) die Selbstinduction der Spule

$$L = 4\pi q \frac{n^2}{h}, \tag{1}$$

wenn $q = r^2\pi$ der Spulenquerschnitt ist. Daher wäre

$$L = l^2/h.$$

Dies ist noch mit einem Factor $(2/\pi)$, der kleiner als 1 ist, zu multipliciren, da die Stromstärke in der Mitte der Spule ihren maximalen Wert hat, während sie an den Enden Null ist. Daher ist

$$L = \frac{2\,l^2}{\pi\,h}. \tag{2}$$

Die elektrische Capacität der Spule kann in folgender Weise taxirt werden: Die elektrische Ladung wächst nach den Spulenenden zu. Denken wir uns die Ladung $\pm e$ auf zwei niedrigen Cylindern (deren Höhe aber mehrere Spulenwindungen umfassen kann) an den Enden der Spule liegend, so ist die Distanz dieser Cylinder gleich der Spulenhöhe h, ihr Radius gleich dem Spulenradius r. Wenn wir diese niedrigen Cylinder einfach als unendlich dünne Kreisringe (Kreislinie) vom Radius r ansehen, so ist das Potential leicht berechenbar. Im Centrum der Kreislinie wollen wir ein Lot

senkrecht zur Kreisebene von der Länge a errichten (Fig. 7) und senkrecht zu diesem Lot ein Lot der Länge r'. In dem Endpunkte P dieses Lotes ist nun das Potential, welches von der Kreislinie erzeugt wird, nach Kugelfunctionen entwickelbar in der Form

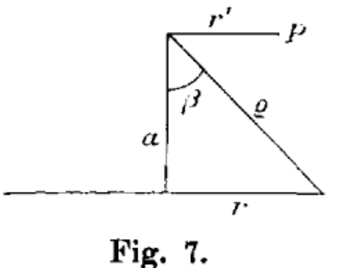


Fig. 7.

$$V = 2\pi \mathfrak{e} \sum_0^\infty {}_n \left(\frac{r'}{\varrho}\right)^n P^{(n)}_0 P^{(n)}_\mu ,$$

wobei $\mathfrak{e}$ die Ladung der Längeneinheit der Kreislinie ist, und

$$\mu = \cos\beta = \frac{a}{\varrho}, \quad \varrho^2 = a^2 + r^2.$$

Nun sind alle Kugelfunctionen vom Argument Null mit ungerader Ordnungszahl n gleich Null:

$$P^{(n)}_0 = 0, \text{ falls } n \text{ ungerade.}$$

Ferner ist

$$P^{(0)}_\mu = 1,$$

$$P^{(2)}_\mu = \tfrac{3}{2}\mu^2 - \tfrac{1}{2},$$

$$P^{(4)}_\mu = \frac{5.7}{2.4}\mu^4 - \frac{3.5}{2.2}\mu^2 + \frac{1.3}{2.4},$$

$$P^{(6)}_\mu = \frac{7.9.11}{2.4.6}\mu^6 - \frac{5.7.9}{2.2.4}\mu^4 + \frac{3.5.7}{2.4.2}\mu^2 - \frac{1.3.5}{2.4.6} \text{ etc.}$$

Fällt der Punkt P in grosse Nähe[1]) der Kreislinie selbst, so ist zu setzen

$$a = 0, \quad r' = r = \varrho, \quad \mu = 0,$$

daher

$$V = 2\pi\mathfrak{e}\{1 + \tfrac{1}{4} + \tfrac{9}{64} + \ldots\} = 2\pi\mathfrak{e}.2,$$

oder, wenn man die Ladung e der ganzen Kreislinie einführt:

$$e = 2\pi r.\mathfrak{e},$$

$$V = \frac{2e}{r}.$$

1) In der Kreislinie selbst würde die Reihe für V divergent, da es eine hypergeometrische Reihe ($\alpha = \beta = 1/2$, $\gamma = 1$, $x = 1$) ist und diese divergirt, vgl. Gauss' Arbeit über die hypergeometrische Reihe § 15. In Wirklichkeit wird natürlich nicht $V = \infty$, da die Ladung nicht auf einer unendlich dünnen Kreislinie liegt. Die endliche Ausdehnung der Ladung denken wir uns dadurch ersetzt, dass P nur in grosse Nähe der Kreislinie kommt. Dann hat die Reihe für V annähernd den Wert $V = 2\pi\mathfrak{e}.2$, strenger $V = 2\pi\mathfrak{e}.1{,}9$.

Zu diesem Anteil des Potentiales kommt bei der Spule noch der Anteil, welcher von der mit $-e$ geladenen Kreislinie im Abstand $a = h$ herrührt. Dieser Anteil ist, da $r' = r$, $a = h$ zu setzen ist:

$$V' = -\frac{e}{r}\sum_0^\infty{}_n \frac{1}{(1 + h^2/r^2)^n} P_0^{(2n)} P_\mu^{(2n)},$$

wobei

$$\mu^2 = \frac{1}{1 + r^2/h^2}.$$

Daher ist das ganze elektrische Potential an dem einen Spulenende

$$V_1 = V + V' = \frac{e}{r}\left\{2 - \sum_0^\infty{}_n \frac{P_0^{(2n)} P_\mu^{(2n)}}{(1 + h^2/r^2)^n}\right\},$$

am anderen Spulenende ist das Potential

$$V_2 = -V_1.$$

Die Potentialdifferenz der Spulenenden ist daher

$$V_1 - V_2 = 2V_1 = \frac{e}{C},$$

falls C die Capacität der Spule bedeutet. Daher ist

$$C = \frac{r}{2\left\{2 - \sum_0^\infty{}_n \frac{P_0^{(2n)} P_\mu^{(2n)}}{(1 + h^2/r^2)^n}\right\}}.$$

Die Zahlenfactoren sind nun wegen unserer Annahme, dass die ganze Ladung der Spule auf zwei Kreislinien an ihren Enden concentrirt sein soll, correcturbedürftig. Da sich die Ladungen der Spule nicht auf zwei Kreislinien, sondern auf mehrere Drahtwindungen verteilen, die man ersetzt denken kann durch zwei Kreiscylinder von endlicher Breite, so wird die Capacität etwas grösser sein, wie nach obiger Formel. Wir können daher setzen

$$C = \frac{\alpha r}{2\left\{2 - \sum_0^\infty{}_n \frac{P_0^{(2n)} P_\mu^{(2n)}}{(1 + h^2/r^2)^n}\right\}}, \tag{3}$$

wobei

$$\alpha > 1.$$

Dieser Zahlenfactor α wird um so grösser als 1 sein, je grösser h/r ist, weil sich dann die Ladungen der Spule auf

um so mehr Drahtwindungen verteilen. Wenn nun also auch der numerische Wert von α nicht sicher bestimmt ist und α noch von h/r als etwas abhängig zu denken ist, so kann man doch setzen:

$$C = r\,\varphi\,(r/h), \tag{4}$$

wobei φ eine Function des Verhältnisses r/h bedeutet.

Nun ist die elektrische Eigenperiode T eines Systems der Selbstinduction L und der Capacität C_m (in elektromagnetischem Maass) durch die Thomson-Kirchhoff'sche Formel bestimmt:

$$T = 2\,\pi\sqrt{L\,C_m},$$

daher die Eigenwellenlänge λ durch die Formel

$$\lambda = 2\,\pi\sqrt{L\,C}, \tag{5}$$

falls C die Capacität nach elektrostatischem Maasse bedeutet. Setzen wir die hier berechneten Werte von L und C ein, so entsteht

$$\lambda = 2\,\pi\sqrt{\frac{2\,l^2}{\pi}\,\frac{r}{h}\,\varphi\,(r/h)} = l\,\chi\,(r/h), \tag{6}$$

d. h. *es entsteht die Formel* (B) *der p. 313, wenn man die Abhängigkeit des λ von g/δ ignorirt.* In der That ist ja bei grossen Werten $h/2\,r$ die Abhängigkeit des f von g/δ gering.

Wenn man die Entwickelung nach Kugelfunctionen nur bis zum zweiten Gliede ($n = 1$) treibt, was für $h/r \geqq {}^3/_2$ genügt, so entsteht aus (3) für die Spulencapacität die Formel:

$$C = 2\,\alpha\,r\,\frac{2 + h^2/r^2 + r^2/h^2}{10 + 4\,h^2/r^2 + 3\,r^2/h^2}, \tag{7}$$

d. h. nach (2) und (5):

$$\frac{\lambda}{2} = 2\,l\sqrt{\alpha\,\pi \cdot \frac{r}{h} \cdot \frac{2 + h^2/r^2 + r^2/h^2}{10 + 4\,h^2/r^2 + 3\,r^2/h^2}}. \tag{8}$$

Es müsste also sein:

$$f = \frac{l}{2\,\lambda} = 2\sqrt{\alpha\,\pi\,\frac{r}{h} \cdot \frac{2 + h^2/r^2 + r^2/h^2}{10 + 4\,h^2/r^2 + 3\,r^2/h^2}}. \tag{9}$$

Diese Formel ist im Folgenden mit den Beobachtungen an kernlosen Spulen verglichen für $g/\delta = 1{,}09$.

Es würden sich folgende Werte für $2\sqrt{\alpha\pi}$ ergeben:

$h/2r$	6	5,5	5	4,5	4	3,5	3	2,8	2,6	2,4	2,2	2	1,8
$2\sqrt{\alpha\pi}$	4,76	4,64	4,52	4,42	4,32	4,22	4,17	4,16	4,13	4,10	4,07	4,04	4,01

$h/2r$	1,6	1,4	1,2	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,35	0,3
$2\sqrt{\alpha\pi}$	3,98	3,93	3,89	3,88	3,83	3,82	3,82	3,79	3,69	3,56	3,38	3,17

Man sieht also, dass α mit wachsendem $h/2r$ etwas zunimmt, wie zu erwarten war; innerhalb des Intervalles

$$2{,}2 \geqq h/2r \geqq 1{,}0$$

ist Formel (9) innerhalb einer Genauigkeit von 5 Proc. erfüllt, und zwar würde der Mittelwert von α sein:

$$2\sqrt{\alpha\pi} = 3{,}97, \quad \alpha = 1{,}26.$$

Angenähert gelten also die theoretischen Betrachtungen. — Sie werden noch viel besser bei den Spulen auf Voll- und Hohlkernen erfüllt, wie folgende Tabelle lehrt, in welcher die Werte von $f.\sqrt{h/r}$ bei $g/\delta = 1{,}09$ für Spulen auf verschiedenen Kernen angegeben ist. Für genügend grosse h/r ist ja nach (9):

$$f.\sqrt{h/r} = \sqrt{\alpha\pi}. \tag{10}$$

In der That zeigt sich besonders bei den Spulen auf Holzkernen das Product $f\sqrt{h/r}$ in grossen Intervallen h/r constant, *sodass die Tabelle gut zur Berechnung des Wertes von f bei einem beliebigen h/r*, welches auf den Tabellen p. 322 u. 323 nicht angeführt ist, *benutzt werden kann.*[1])

12. *Spulen von wenigen Windungen und einfache Kreise.* Wie die Tabellen p. 322 u. 323 lehren, hat f für ein gewisses kleines $h/2r$ ($h/2r = 0{,}08$ bis $0{,}05$ je nach g/δ und

1) Andererseits kann man die Ausgleichung der Beobachtungsfehler sehr zweckmässig durch Ausgleichung der Werte $f\sqrt{h/r}$ vornehmen. Dies ist bei Aufstellung der Tabellen p. 322 u. 323 teilweise geschehen.

$h/2r$	$f \cdot \sqrt{h/r}$ bei $g/\delta = 1{,}09$ für Spulen auf						
	Ebonit	kernlos	Ebonit-röhre $w/r = {}^1/_{20}$	Glas-röhre $w/r = {}^1/_{20}$	Esche oder Rotbuche	Weiss-buche	Eiche
6,0	2,57	2,38	2,39	2,42	2,65	2,70	2,73
5,5	2,51	2,32	2,33	2,36	2,60	2,64	2,67
5,0	2,45	2,26	2,27	2,30	2,54	2,58	2,61
4,5	2,39	2,20	2,21	2,24$_5$	2,48	2,53	2,56
4,0	2,33$_5$	2,15	2,16	2,20	2,43	2,49	2,51
3,5	2,30	2,10	2,12	2,16	2,41	2,46	2,48
3,0	2,28	2,07$_5$	2,10	2,14	2,39	2,44	2,46
2,8	2,27$_5$	2,06$_5$	2,09	2,13$_5$	2,39	2,44	2,46
2,6	2,27	2,05	2,08	2,13	2,39	2,44	2,46
2,4	2,26	2,03	2,07	2,12$_5$	2,39	2,44	2,46
2,2	2,25$_5$	2,01	2,06	2,12	2,39	2,44	2,46
2,0	2,25	1,99	2,05	2,11$_5$	2,39	2,44	2,46
1,8	2,24	1,97	2,04	2,11	2,39	2,44	2,46
1,6	2,23	1,95	2,03	2,10	2,39	2,44	2,46
1,4	2,22	1,92$_5$	2,02	2,09	2,38	2,43	2,46
1,2	2,21	1,90	2,01	2,08	2,38	2,43	2,46
1,0	2,20	1,88	2,00	2,07	2,38	2,43	2,46
0,9	2,20	1,87	1,99	2,07	2,38	2,43	2,46
0,8	2,20	1,86	1,98$_5$	2,07	2,38	2,43	2,46
0,7	2,19$_5$	1,85	1,98	2,07	2,38	2,43	2,46
0,6	2,18	1,83	1,96	2,05	2,37	2,42	2,45
0,5	2,13$_5$	1,79	1,93	2,03	2,32	2,37	2,40
0,4	2,06	1,72	1,85$_5$	1,97	2,25	2,29	2,32
0,3$_5$	2,00	1,67	1,80	1,92	2,18	2,22	2,25
0,3	1,93$_5$	1,61	1,74	1,90	2,11	2,15	2,18
0,2$_5$	1,86	1,54$_5$	1,67	1,86	2,03	2,07	2,10
0,2	1,77	1,47	1,58$_5$	1,82	1,93	1,97	2,00
0,1$_5$	1,66$_5$	1,38	1,50	1,75	1,82	1,85	1,88
0,1	1,50$_5$	1,25	1,39	1,61	1,64	1,65	1,70
0,09	1,47	1,22	1,37	1,57	1,60	1,63	1,66
0,08	1,41	1,17	1,32	1,52	1,55	1,58	1,60
0,07	1,33$_5$	1,11	1,26$_5$	1,46	1,46	1,48	1,50
0,06	1,25$_5$	1,04	1,19	1,37	1,37	1,38	1,40
0,05	1,13$_5$	0,94	1,09$_5$	1,25	1,25	1,26	1,28
0,04	1,01$_5$	0,84	0,98	1,12	1,11	1,12	1,13
—	—	—	—	—	0,94	0,96	0,97

Kern) ein Maximum. Es ist dies auch verständlich, dass f mit beständig abnehmendem $h/2r$, d. h. beständig abnehmender Windungszahl wieder abnehmen muss, da bei einem einfachen Kreise ($n=1$) f wesentlich kleiner ist, als die letzten Zeilen der obigen Tabellen angeben.

Bei Aufstellung dieser letzten Zeilen wurden nun schon Spulen von wenig Windungen benutzt (bis zu 3—5 herunter).

Für noch kleinere Windungszahlen ergaben sich auf Holzkernen folgende Resultate:

n	$h/2r$	h cm	$2r$ cm	g mm	δ mm	l cm	$^1/_2\lambda$ cm	f	Kern
3	0,016	0,4	24,5	2,0	0,4	230	622	2,70	Eiche
2	0,012	0,32	27,0	3,16	0,4	170	375	2,20	„
2	0,012	0,32	27,0	3,16	1,0	170	410	2,41	„
2	0,007	0,20	27,0	2,0	0,4	170	409	2,40	„
1	a)	—	59,6	—	0,4	187	245	1,31	Rotbuche
1	b)	—	58,6	—	0,4	183	257	1,40	„ } Draht in Rille
1	c)	—	59,0	—	2,0	183	257	1,40	„ } Draht in Rille
1	d)	—	77,0	—	2,5	243	259	1,065	Luft (kernlos)

Die vier letzten Reihen a) b) c) d) dieser Tabelle beziehen sich auf $n=1$, d. h. auf *die Eigenwellenlänge eines einfachen Kreises.*[1]) Seine Drahtleitung war nahezu geschlossen, die Distanz Δ der Drahtenden wurde von 2 cm bis zu $^1/_2$ cm verändert, ohne dass f dadurch beeinflusst wurde. *Ebensowenig hängt* (wie auch aus der Tabelle hervorgeht) *die Schwingungsdauer eines einfachen Kreises von der Drahtdicke ab.*[2])

Im Falle a) lag der Draht auf einem $2^1/_2$ cm dicken, $5^1/_2$ cm breiten Holzring, im Falle b) und c) in einer $^1/_2$ cm tiefen halbkreisförmigen Rille dieses Holzringes. f erscheint im Falle b) und c) etwas grösser, als im Falle a), weil der Draht, in der Rille liegend, mehr vom Holze mit seiner gegen

1) Da die Wellenlängen dieser einfachen Kreise viel kleiner waren, als die der Spulen, so wurde der Messcondensator C ohne Petroleumfüllung benutzt.

2) Dies wird, gerade wie bei einem geraden Drahte, nur so lange gelten, als man die Drahtdicke gegen die Drahtlänge vernachlässigen kann. Vgl. M. Abraham, Wied. Ann. **66.** p. 471. 1898.

Luft vergrösserten Dielektricitätsconstante umgeben ist. Im Falle d) wurde der Draht nur durch vier dünne Holzspeichen getragen, dieser Fall entspricht daher einem nur in Luft liegenden, nahezu geschlossenen Kreise.[1]) Auch für ihn ist f noch um 6,5 Proc. grösser als 1, während für einen geraden dünnen Draht $f = 1$ ist. *Die halbe Eigenwellenlänge eines nahezu zum Kreise geschlossenen dünnen*[2]) *Drahtes ist also um 6,5 Proc. grösser, als seine Länge.*

Die Vergrösserung der Periode eines geraden Drahtes durch Biegen zu einem Kreise ist wohl verständlich, da die Selbstinduction dadurch kaum merklich abnehmen wird, während die Capacität entschieden zunehmen muss.[3])

---

1) Die Distanz der Kreis- und Erregerebene betrug 65 cm und selbst dann war die Intensität der Schwingungen im Kreise noch so gross, dass die Vacuumröhre in 1 cm Abstand von dem einen Drahtende zur Leuchtbeobachtung aufgestellt wurde. — Auch wenn anstatt der Vacuumröhre das Funkenspiel zwischen den auf $^1/_2$ mm genäherten zugespitzten Drahtenden als Wellenindicator benutzt wurde, ergab sich derselbe Wert $^1/_2\,\lambda = 259$ cm, wie mit der Vacuumröhre als Indicator. Dieselbe vergrössert also nicht merklich die Capacität des Drahtkreises (vgl. oben p. 296).

2) Dass bei den Verhältnissen des Versuches die Drahtdicke klein genug war, um den für f erhaltenen Wert als den für beliebig dünne Drähte geltenden anzusehen, folgt praktisch aus den Versuchen b) und c), bei denen f von δ unabhängig ist. Nach Abraham (l. c.) berechnet sich bei einem geraden Draht von 2,5 mm Dicke und 77 cm Länge $^1/_2\,\lambda$ um 0,85 Proc. grösser als seine Länge l. Wenn beim kreisförmig gebogenen Draht die Correction denselben Betrag hat, wie beim geraden Draht, so würde daher für einen sehr dünnen Kreisdraht $f = 1{,}057$ zu setzen sein, und nicht 1,065. Ich bemerke aber, dass die Genauigkeit der λ-Vergleichung bei den Versuchen b) und c) $^1/_4$ Proc. war, daher halte ich den Wert $f = 1{,}065$ auch für unendlich dünnen Kreisdraht für richtig.

3) Biegt man dagegen den Draht zu zwei nahe bei einander verlaufenden Paralleldrähten, so wird wieder $f = 1$, wenn die Drähte genügend lang im Vergleich zu ihrer Distanz sind, weil dann die Selbstinduction in gleichem Verhältnis verkleinert ist, wie die Capacität gewachsen ist. Dies wurde constatirt an einer 423 cm langen Parallelleitung (Drahtdistanz 2,7 cm), welche $^1/_2\,\lambda = 426$ cm ergab. Die Differenz 3 cm entsteht durch die Nähe ($2^1/_2$ cm) eines Holzmaassstabes. (Die Angaben der Tabellen sind von einem derartigen Fehler durch Nähe des Holzmaassstabes nicht beeinflusst.) — Bei der Biegung zu einem Kreise dagegen sind nur die Enden der Drähte, welche Ladung, aber keinen Strom

13. *Eine Stichprobe der Tabellen durch eine Spule mit 23 m halber Eigenwellenlänge.* Eine Stichprobe für die Brauchbarkeit der Tabelle habe ich gemacht mit einer auf einem Glascylinder von 1,5 mm Dicke und 5 cm Durchmesser gewickelten Spule aus 0,4 mm dickem, mit Seide isolirtem Kupferdraht von folgenden Parametern:

$h/2r$	h (cm)	$2r$ (cm)	g (mm)	n	l (cm)	g/δ	w/r
0,89	4,55	5,1	0,49	94	1500	1,23	$^1/_{17}$

Nach der Tabelle p. 322 sollte daher sein bei $w/r = {}^1/_{20}$ $f = 1,47$, d. h. $^1/_2\,\lambda = 1,47 \,.\, 1500 = 22,0$ m. Direct konnte eine solch lange Welle nicht gut gemessen werden. Es gelang aber dadurch, dass die Petroleumfüllung des Messcondensators C ersetzt wurde durch Füllung mit destillirtem Wasser. Durch die dadurch herbeigeführte bedeutende Capacitätserhöhung konnte der Teslatransformator Erregerfunken nur bei sehr kleiner Funkenstrecke ($^1/_{10}$ mm?) erzeugen[1]), bei genügend

führen, einander genähert, während die stromführenden Mittelteile nur wenig in ihrer Gestalt geändert sind. Daher ist die Selbstinduction unverändert geblieben, dagegen die Capacität ist gewachsen.

Wenn man schliesslich einen Draht in der nebenstehenden Form biegt, so muss $f < 1$ sein, d. h. seine halbe Wellenlänge ist kürzer als seine Länge, da die stromführenden Mittelteile nur sich nahe kommen, d. h. die Selbstinduction kleiner geworden ist, während die Ladung tragenden Enden sich nicht nahe kommen, d. h. die Capacität nicht vergrössert ist. In der That zeigt ein in dieser Form gebogener Draht, bei welchem die horizontal gezeichneten Enden je 2 m lang waren, die vertical gezeichneten Strecken 132 cm lang waren und einen Axenabstand von 8 mm hatten (Drahtdicke 1 mm) $^1/_2\,\lambda = 556$ cm. Da hier $l = 665$ cm war, so ist $f = 556 : 665 = 0,84$. Gemessen wurde in der Weise, dass zunächst eine Spule von $^1/_2\,\lambda = 556$ cm über den Erregerkreis gestellt wurde. Sodann wurde an das eine Spulenende das eine Ende des zu messenden Drahtsystems metallisch angelegt, und nun ein 1 cm langer Bügel über der Parallelstrecke des Drahtsystems so verschoben, dass eine am freien anderen Ende des Drahtsystems aufgestellte Vacuumröhre maximal leuchtete.

1) Bei directer Verbindung der Erregerdrähte mit den Secundärpolen des Inductoriums konnten keine Erregerfunken erzeugt werden, obwohl die Schlagweite des Inductoriums (40 cm) viel grösser war, als

kräftiger Erregung des Inductoriums (30 Volt) und gesteigerter Primärfunkenstrecke des Teslatransformators (3—4 cm) gelang aber die Herstellung der Erregerfunken ganz gut. Die Resonanzlage des Condensators ergab sich sehr gut bei $d = 9{,}6$ mm. Bei Petroleumfüllung hätte diesem d eine Wellenlänge entsprochen (vgl. die Curve der Fig. 4 oben p. 301) $^1/_2\,\lambda = 360$ cm, bei Wasserfüllung muss daher die Wellenlänge mit dem Verhältnis $9:1{,}41$ der Quadratwurzeln aus den Dielektricitätsconstanten des Wassers und des Petroleums[1]) multiplicirt werden. Daher ergiebt sich

$$^1/_2\,\lambda = 360 \cdot \frac{9}{1{,}41} = 23 \text{ m}.$$

Die Uebereinstimmung dieser Zahl mit der berechneten (22 m) muss als gute bezeichnet werden, besonders in Anbetracht der Thatsache, dass wegen der Begrenzung der Wasserfüllung des Condensators (vgl. Fig. 2, p. 295), seine Capacität um etwas weniger zunehmen muss, als der Dielektricitätsconstante des Wassers entspricht (zumal da der Plattenabstand $d = 9{,}6$ mm ziemlich bedeutend war), sodass $^1/_2\,\lambda$ etwas kleiner als 23 m gewesen sein muss, und dass die berechnete Zahl $^1/_2\,\lambda = 22{,}0$ m deshalb etwas zu klein berechnet ist, weil $w/r = {}^1/_{17}$ ist, und nicht $^1/_{20}$, wie Tabelle p. 322 voraussetzt.

Die hier angewandte Methode, die Badflüssigkeit des Erregercondensators C zu verändern, ist allgemein bequem anzuwenden, wenn man die Periode in grossen Intervallen variiren will.[2]) Bei Luftfüllung und 5 cm Plattendistanz des Condensators C beträgt $\lambda = 300$ cm $= 3$ m, bei Wasserfüllung und 1 mm Plattendistanz von C beträgt $\lambda = 13300$ cm $= 133$ m. In letzterem Falle muss man wegen der grossen Capacität

---

die Schlagweite des Teslatransformators. Der Grund liegt offenbar darin, dass durch die Leitfähigkeit des Wassers die Spannung zwischen den Erregerkugeln nie sehr hoch wird, da sie bei direct angelegtem Inductorium nur verhältnismässig langsame Zufuhr erhält. Bei Zwischenschaltung eines Teslatransformators setzt diese Spannung plötzlich ein und wird dann durch die Leitfähigkeit des Wassers nicht momentan so stark erniedrigt, dass nicht doch ein Erregerfunke zu stande kommen kann.

1) Die Dielektricitätsconstante des Petroleums ist nach Anm. 2 auf p. 300 gleich 1,98 gefunden worden.

2) Eine solche Methode ist von E. Marx (Sächs. Ber. math.-phys. Kl., Sitzung v. 21. October 1901) als bisher fehlend hingestellt worden.

von C nur ein genügend kräftiges Inductorium und Teslatransformator verwenden, damit überhaupt ein Funkenspiel zur oscillatorischen Entladung von C zu stande gebracht werden kann. — Wenn man die Primärleitung aus einem grösseren Kreise aufbaut, als es hier geschehen ist (21 cm Durchmesser), kann man natürlich die Wellenlänge noch weiter steigern.

14. *Oberschwingungen von Spulen.* Dieselben können nach der dargelegten Methode leicht constatirt werden mit genügend langen Spulen. Bei einer Spule[1]) auf Ebonitvollcylinder von $2r = 2{,}83$ cm, $h = 11{,}52$ cm, d. h. $h/2r = 4{,}07$ ergaben sich drei Resonanzeinstellungen des Condensators C, die erste (kräftigste Resonanz) ergab die Wellenlänge:

$$\tfrac{1}{2}\lambda = 771 \text{ cm (Grundschwingung)},$$

die zweite:

$$\tfrac{1}{2}\lambda_1 = 466 \text{ cm (1. Oberschwingung)},$$

die dritte:

$$\tfrac{1}{2}\lambda_2 = 351 \text{ cm (2. Oberschwingung)}.$$

Dass dies Oberschwingungen waren, konnte leicht constatirt werden, indem die Vacuumröhre an der Spule entlang geschoben wurde. Es ergaben sich bei Einstellung des Condensators C auf $\tfrac{1}{2}\lambda = 466$ cm zwei Nullstellen der Spule, an denen die Vacuumröhre nicht leuchtete.[2])

Bei der zweiten Oberschwingung ergaben sich drei Nullstellen, eine in der Mitte der Spule, und zwei um je 1 cm vom Spulenende entfernt. Diese Distanz ist kleiner, als der Hälfte der Distanz zweier Nullstellen entspricht ($4{,}76 : 2 = 2{,}4$ cm), die Potentialknoten teilen also die Spule nicht in gleiche Intervalle von je $\tfrac{1}{4}\lambda$.

Für eine andere Spule von $2r = 2{,}76$ cm, $h = 5{,}6$ cm, d. h. $h/2r = 2{,}02$, $n = 114$, $\delta = 0{,}4$, $g = 0{,}5$, $l = 994$ cm ergab sich

$$\tfrac{1}{2}\lambda = 1102 \text{ cm (Grundschwingung)},$$

$$\tfrac{1}{2}\lambda_1 = 651 \text{ cm (1. Oberschwingung)}.$$

---

1) Es war $n = 107$, $\delta = 1$ mm, $g/\delta = 1{,}09$, $l = 953$ cm.

2) Bei intensiverer magnetischer Koppelung, die man einfach durch Annäherung der Spule an den Erreger erhält, leuchten die Spulendrähte selbst. Die Knoten der Potentialschwankung kennzeichnen sich dann durch Dunkelstellen an der Spule. Dies ist dieselbe Erscheinung, welche in grösserem Maassstabe kürzlich A. Seibt (Elektrotechn. Zeitschr. 1902. p. 411. Heft 19; Dissert. Rostock 1902) beschrieben hat.

Die Oberschwingungen sind also nicht harmonisch zur Grundschwingung (offenbar wegen der intensiven magnetischen Koppelung der einzelnen Teile, in die sich eine Spule bei einer Oberschwingung teilt). Das Verhältnis der Schwingungszahlen von Grundschwingung zu den Oberschwingungen hängt etwas von $h/2r$ ab, denn es ist

	$h/2r = 4{,}1$	$h/2r = 2{,}0$
$\lambda : \lambda_1$	1,65	1,69

15. *Vergrösserung der Periode von Drahtspulen durch angelegte Capacität.* Wurde an die auf Rotbuchenkern gewickelte Spule der Parameter:

$h/2r$	h	$2r$	g	n	δ	l	$^1/_2\,\lambda$
5	15	3	3,16	48	1	461	347

an das eine Drahtende eine Messinghohlkugel von 7,8 cm äusserem Durchmesser angelegt, so vergrösserte sich die Wellenlänge von $^1/_2\,\lambda = 347$ cm auf $^1/_2\,\lambda = 427$ cm. Zugleich rückte der Knoten des Potentiales von der Mitte der Spule um 3 cm nach dem Ende der Spule zu, an welches die Kugel angelegt war, d. h. der Potentialknoten war um 4,5 cm von diesem Spulenende und um 10,5 cm vom freien Spulenende entfernt. Die Lage des Potentialknotens wurde wiederum erkannt dadurch, dass ich die Vacuumröhre an der Spule entlang führte, während Resonanzschwingungen in der Spule erzeugt sind. Die Vacuumröhre leuchtet dann in der Knotenstelle des Potentiales nicht auf.

Ebenso vergrösserte sich die halbe Wellenlänge einer 9 cm langen Spule von 1,8 cm Durchmesser ($h/2r = 5$) von $^1/_2\,\lambda = 231$ cm auf $^1/_2\,\lambda = 314$ cm, wenn eine 18 cm grosse Messingscheibe an das eine Spulenende angelegt wurde.

Die Veränderung der Periode einer Spule durch an ein Ende angehängte Capacität kann in folgender Weise theoretisch abgeleitet werden:

Die Axenrichtung der Spule nehmen wir als z-Coordinate und setzen die Stromstärke i an einer beliebigen Stelle z der Spule

$$i = A \,.\, \sin 2\pi \frac{t}{T} \cos \frac{\pi z}{2a} \,. \tag{11}$$

Bei $z = 0$ liegt dann der Strombauch, d. h. der Potentialknoten, bei $z = a$ liegt der Stromknoten, d. h. der Potentialbauch. Dies ist das freie Ende der Spule, während bei $z = -a'$ eine Capacität C' angelegt sein möge. Bezeichnet man das Potential der Spule an einer beliebigen Stelle z mit V, so muss an dem Spulenende $z = -a'$, an welchem das Spulenpotential identisch ist mit dem Potential auf der angelegten Capacität, die Bedingung erfüllt sein:

$$i = -C' \frac{\partial V}{\partial t} \quad \text{für} \quad z = -a', \tag{12}$$

wenn die positive Stromrichtung nach der positiven z-Axe gerechnet wird, d. h. von C' fortgerichtet.

Bezeichnet man nun die auf der Länge dz der Spule an einer beliebigen Stelle z vorhandene elektrische Ladung durch $\mathfrak{e}\,.\,dz$, so muss diese dadurch entstehen, dass an dieser Stelle weniger Strom austritt, als eintritt. Daher entsteht die Relation:

$$-\frac{\partial i}{\partial z} = \frac{\partial \mathfrak{e}}{\partial t}. \tag{13}$$

Andererseits ist für jede Stelle z der Spule

$$\mathfrak{e} = \mathfrak{C}\,.\,V, \tag{14}$$

wenn $\mathfrak{C}$ die Capacität der Längeneinheit der Spule $(dz = 1)$ an der Stelle z bedeutet. Aus (11), (13) und (14) gewinnt man

$$\mathfrak{C}\,\frac{\partial V}{\partial t} = A \sin 2\pi \frac{t}{T} \cdot \frac{\pi}{2a} \sin \frac{\pi z}{2a}, \tag{15}$$

und daher ergiebt (12) die Bedingung:

$$\cos \frac{\pi a'}{2a} = \frac{C'}{\mathfrak{C}} \cdot \frac{\pi}{2a} \sin \frac{\pi a'}{2a}, \tag{16}$$

oder

$$\frac{\pi}{2a} \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \frac{a'}{a} = \frac{\mathfrak{C}}{C'}. \tag{17}$$

Diese Gleichung kann zunächst dazu benutzt werden, um bei beobachteten a und a' die Capacität $\mathfrak{C}$ der Längeneinheit der Spule zu finden. In dem oben angeführten Falle war z. B. $a = 10{,}5$, $a' = 4{,}5$, $C' = 3{,}9$ cm (gleich Radius der Messingkugel). Daher folgt aus (17)

$$\mathfrak{C} = 3{,}9 \cdot \frac{\pi}{21} \operatorname{tg} 38{,}5^{0} = 0{,}465,$$

für die Capacität der Längeneinheit der Spule an der Stelle $z = \pm 4,5$ cm.

Nun ist nach der Formel (7) oben p. 327 die ganze Capacität C einer Spule der Länge $h = 2a'$ gegeben. Diese Capacität C verteilt sich auf die Länge $a' = h/2$, jedoch nicht gleichmässig, sondern die Elemente dz der Spule haben um so mehr Gewicht, je weiter sie vom Potentialknoten entfernt sind. Die Capacität $\mathfrak{C}$ der Längeneinheit der Spule an der Stelle $z = a'$ wird also dadurch erhalten, dass die ganze Capacität C dividirt wird durch eine Länge, die kleiner als a' sein muss, nämlich durch die Länge

$$\int_0^{a'} d\,z \sin \frac{\pi z}{2\,a'} = \frac{2}{\pi}\,a'.$$

Daher wird nach (7):

$$\mathfrak{C}_{(z = a')} = \frac{C}{a'} \cdot \frac{\pi}{2} = \alpha\,\pi\,\frac{r}{a'}\,\frac{2 + \left(\frac{2\,a'}{r}\right)^2 + \left(\frac{r}{2\,a'}\right)^2}{10 + 4\left(\frac{2\,a'}{r}\right)^2 + 3\left(\frac{r}{2\,a'}\right)^2}. \tag{18}$$

In unserem Falle ist $\alpha = 1,8$ [1]), $r = 1,5$, $a' = 4,5$, daher

$$\mathfrak{C} = 0,465,$$

d. h. der berechnete Wert stimmt genau mit dem aus den Beobachtungen gewonnenen. Wenn nun auch diese genaue Uebereinstimmung etwas zufällig sein mag, so zeigt es doch, dass Formel (18) zur Taxirung der Spulencapacität der Längeneinheit brauchbar ist.

Die theoretische Berechnung der Veränderung von $^1/_2\,\lambda$ einer Spule durch einseitig angehängte Capacität gestaltet sich daher nun so, dass man zunächst aus (17) und (18) und gegebener Gesamtlänge $a + a'$ der Spule die Grösse a berechnet, d. h. die Lage des Potentialknotens. Nun ist $^1/_2\,\lambda$ sehr einfach durch die Ueberlegung zu finden, dass die Spule dieselbe Periode haben muss, wie eine freie Spule der Gesamtlänge $h = 2\,a$.

1) Zu berechnen aus Tabelle p. 329.

Daher ist allgemein die Eigenwellenlänge λ' bei angehängter Capacität C':

$$(19) \qquad {}^1/_2\,\lambda' = l \cdot \frac{2\,a}{h} \cdot f(2\,a/2\,r,\ g/\delta,\ \varepsilon),$$

und

$$(20) \qquad \frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{2\,a}{h} \cdot \frac{f(2\,a/2\,r,\ g/\delta,\ \varepsilon)}{f(h/2\,r,\ g/\delta,\ \varepsilon)},$$

wobei f aus den oben p. 322 u. 323 angegebenen Tabellen zu entnehmen ist, und h die Spulenhöhe bedeutet. Da $2\,a$ stets grösser als h ist, *so wird also die Periode einer Spule durch an einem Ende angelegte Capacität C' stets vergrössert, aber stets* (*d. h. selbst bei $C' = \infty$, $a = h$*) *um weniger als das Doppelte*, da $f(2\,a/2\,r) < f(h/2\,r)$.

Bei unserer Spule war $2\,a = 21$, $2\,r = 3$, $h = 15$, daher

$$\frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{21}{15} \cdot \frac{0{,}70}{0{,}78} = 1{,}26,$$

während beobachtet wurde $\lambda'/\lambda = 1{,}23$.

Wenn die angelegte Capacität C' sehr klein ist, so ist $a' = a(1 - \zeta)$, wo ζ eine kleine Zahl ist. Dann wird nach (17)

$$(21) \qquad C' = \mathfrak{C} \cdot \frac{2\,a}{\pi} \operatorname{tg} \frac{\pi}{2}\,\zeta = \mathfrak{C}\,.\,a\,\zeta = \mathfrak{C} \cdot \frac{h\,\zeta}{2},$$

falls h die Spulenhöhe ist.

Ferner ist

$${}^1/_2\,\lambda = f\,.\,l, \quad {}^1/_2\,\lambda' = f\,.\,l\,.\,2\,a/h,$$

d. h.

$$\lambda' : \lambda = 2\,a : h,$$

oder da $a + a' = h$ ist, so folgt

$$2\,a - a\,\zeta = h = 2\,a\,(1 - \tfrac{1}{2}\,\zeta),$$

$$\frac{\lambda'}{\lambda} = 1 + \tfrac{1}{2}\,\zeta, \quad \tfrac{1}{2}\,\zeta = \frac{\lambda'}{\lambda} - 1.$$

Daher ergiebt (21):

$$(22) \qquad C' = \mathfrak{C}\,.\,h\left(\frac{\lambda'}{\lambda} - 1\right),$$

oder, wenn man den Wert $\mathfrak{C}$ nach (18) benutzt und $h\,(= 2\,a')$ gross gegen $2\,r$ (Spulendurchmesser) ist:

$$(23) \qquad C' = \frac{\alpha\,\pi}{4} \cdot 2\,r\left(\frac{\lambda'}{\lambda} - 1\right).$$

Durch diese Gleichungen kann man bequem sehr kleine Capacitäten bestimmen, z. B. die Capacitätsvermehrung einer Vacuumröhre durch intensives Leuchten.

Z. B. ergab eine Spule ohne Kern von 100 Windungen von 1 mm dickem blanken Kupferdraht der Höhe $h = 30$ cm und des Durchmessers $2r = 1,7$ cm den Wert $^1/_2 \lambda = 277$ cm bei schwachem Leuchten der an ein Spulenende gelegten Vacuumröhre, dagegen den Wert $^1/_2 \lambda' = 286$ cm bei starkem Leuchten (vgl. oben p. 297). Daher ist die Capacitätsvermehrung der benutzten Röhre durch starkes Leuchten, da hier α etwa gleich 2 zu taxiren ist:

$$C' = r\pi \cdot \frac{9}{277} = 0,09 \text{ cm}.$$

(Fortsetzung im nächsten Heft.)

(Eingegangen 26. Juni 1902.)

4. *Zur Construction von Teslatransformatoren. Schwingungsdauer und Selbstinduction von Drahtspulen; von P. Drude.*

(Fortsetzung von p. 293.)

II. Selbstinduction von Drahtspulen.

Für constante Ströme haben Maxwell, Lord Rayleigh, H. Weber und J. Stefan Formeln für die Selbstinduction von Spulen berechnet. Für schnelle Stromoscillationen muss die Selbstinduction kleiner werden. Anstatt dies zu berechnen, bin ich experimentell verfahren.

16. *Die Messmethode* bestand darin, dass die Drahtspulen mit ihren Enden angelegt wurden an die Platten eines Condensators K von unveränderlicher Capacität und nun dies System von dem oben p. 294 beschriebenen Erreger inductiv erregt wurde. Die Distanz d der Platten des Erregercondensators wurde mikrometrisch so lange verstellt, bis dass eine an eine Platte des Condensators K angelegte Vacuumröhre maximal leuchtete. Diese Stellung d entspricht der Resonanz zwischen Erreger und Empfänger. Da wiederum (wie früher) die magnetische Koppelung zwischen Erreger und Empfänger sehr klein gewählt wurde, so war die Resonanz ausserordentlich scharf (d konnte auf $^1/_{50}$ mm abgelesen werden, die Messgenauigkeit war $^1/_3$ Proc.) und nur wenn d sehr nahe an der Resonanzlage lag, leuchtete die Röhre überhaupt auf. — Aus d ergab sich dann nach der früher beschriebenen Aichmethode die Wellenlänge λ der Schwingung.

Da nun ist:

$$\lambda = 2\,\pi \sqrt{L\,C}\,, \tag{24}$$

falls L Selbstinduction, C Capacität (nach elektrostatischem Maass) des Empfängers bedeutet, so ergiebt sich aus λ und C

die Selbstinduction L. Die Capacität C kann nach der oben p. 299 Anm. 2 citirten Formel berechnet werden.[1])

Der Condensator K bestand aus zwei Messingkreisplatten[2]) von 99,2 mm Durchmesser, zwischen die drei kleine Ebonitplättchen (Quadrate von 3 mm Seitenlänge) gelegt wurden, deren Dicken betrugen:

1,013 1,020 1,023 Mittel 1,019 mm.

In einem zweiten Falle betrugen die Dicken

0,520 0,532 0,538 Mittel 0,538 mm.

Die Capacität berechnet sich[3]) (die Dicke der Condensatorplatten war 1,5 mm) nach der citirten Formel im ersten Falle zu:

$$C = 63{,}4,$$

im zweiten Falle zu

$$C = 119{,}5.$$

Zur Berechnung von C kann man auch experimentell vorgehen, indem C mit einem einfachen Drahtkreise bez. Drahtrechteck geschlossen und λ bestimmt wird. Da man die Selbstinduction L von Kreis und Rechteck sicher berechnen kann, so ergiebt sich dann[4]) aus λ die Capacität C.

1) Bei schnellen Schwingungen ist die Capacität eines Plattencondensators wegen des Zusammendrängens der elektrischen Kraftlinien nach dem Rande zu etwas kleiner, als bei statischen Ladungen. Indess ist diese Correction hier zu vernachlässigen; vgl. E. Cohn u. F. Heerwagen, Wied. Ann. **43.** p. 362. 1891.

2) In der Mitte waren zwei Löcher von 5 mm Durchmesser ausgestochen. Die dadurch bewirkte Capacitätsverminderung ist in der Rechnung berücksichtigt. Eine der Condensatorplatten war durch eine durch ihr Centralloch gehende Schraube an einem Ebonitcylinder von 2 cm Durchmesser festgeschraubt, sodass der Condensator sowohl in horizontaler, als in verticaler Lage benutzt werden konnte. In letzterem Falle wurde die zweite Condensatorplatte durch drei kleine Ebonitklammern gehalten.

3) Die Vergrösserung der Capacität durch die Dielektricitätsconstante (2,79) der Ebonitplättchen ist dabei mit berücksichtigt.

4) Die Formel (24) ist nicht direct benutzt, sondern unter Rücksicht auf die weiter unten genannte Correction.

Dieser so gefundene Wert von C war (vgl. weiter unten in § 10) im ersten Falle

$$C = 63{,}1,$$

im zweiten Falle[1])

$$C = 119{,}1,$$

d. h. im ersten Falle um $^2/_3$ Proc., im zweiten Falle um $^1/_3$ Proc. kleiner, als der berechnete Wert C. Nun musste C deshalb etwas kleiner, als nach der Rechnung, ausfallen, weil die Platten nicht polirt waren, sondern kleine Kratzen enthielten, die schon 1 Proc. Einfluss haben können, wenn sie nur 0,01 mm tief sind.

In der That ergab sich nach dieser Methode nach Politur der Messingplatten $C = 63{,}5$ bei 1,019 mm Plattenabstand, d. h. ein bis auf $^1/_6$ Proc. übereinstimmender Wert mit dem theoretischen.

Bei Benutzung der Formel (24) ist zu berücksichtigen, dass sie streng nur gilt, wenn die Stromstärke im ganzen Schliessungskreise constant ist, was nur anzunehmen statthaft ist, wenn die Wellenlänge λ sehr gross gegen die Drahtlänge l des Schliessungskreises ist. Streng ist[2]) λ zu berechnen aus der Formel:

$$\pi \frac{l}{\lambda} \operatorname{tg} \frac{\pi l}{\lambda} = \frac{l^2}{4 L C}. \tag{25}$$

Wenn der Wert der rechten Seite dieser Gleichung klein ist (gleich α^2), so wird $\pi l/\lambda$ näherungsweise gleich α sein. Wir können also setzen

$$\pi \frac{l}{\lambda} = \alpha (1 - \delta).$$

Da

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \varepsilon + \tfrac{1}{3} \varepsilon^3,$$

falls ε klein gegen 1 ist, so ergiebt sich aus (25):

---

1) Der Condensator war durch eine 2 mm dicke Kreisleitung der Länge $l = 54{,}7$ cm geschlossen. Es ergab sich $^1/_2\,\lambda = 766$ cm. Der Condensator ist zu anderen Versuchen mit dieser geringeren Plattendistanz nicht benutzt worden.

2) Vergl. G. Kirchhoff, Ges. Abhandl. p. 131, 154, 182; P. Drude, Phys. d. Aethers p. 383, Formel (63).

$$\alpha^2 (1-\delta)^2 (1 + \tfrac{1}{3}\alpha^2) = \alpha^2 = \frac{l^2}{4\,L\,C},$$

d. h.

$$\delta = \tfrac{1}{6}\alpha^2,$$

$$\pi\frac{l}{\lambda} = \frac{l}{2\sqrt{L\,C}}(1 - \tfrac{1}{6}\alpha^2).$$

Es wird also schliesslich

$$(26) \qquad \frac{\lambda}{2} = \pi\sqrt{L\,C}\left(1 + \frac{l^2}{24\,L\,C}\right),$$

oder

$$(26') \qquad \frac{\lambda}{2} = \pi\sqrt{L\,C} + \frac{\pi\,l^2}{24\sqrt{L\,C}}$$

Diese Gleichung dient zur Berechnung von λ aus L und C. Will man umgekehrt LC aus λ berechnen, so folgt

$$(27) \qquad \sqrt{L\,C} = \frac{\lambda}{2\pi}\left(1 - \frac{\pi^2\,l^2}{6\,\lambda^2}\right),$$

oder

$$(27') \qquad L = \frac{\lambda^2}{4\,\pi^2\,C} - \frac{l^2}{12\,C}.$$

17. *Einfache Kreise* wurden hergestellt aus Kupferdraht der Dicke $2\varrho = 1$, 2, 3 mm und der Länge $l = 80{,}8$; 54,7. Der Condensator K wurde mit der Plattendistanz $d = 1{,}019$ mm benutzt. Die Drahtkreise wurden federnd gegen die Condensatorplatten gelegt und an einer Stelle isolirend gestützt. Es ergab sich, dass die Anlegestelle der Kreise an den Condensator K (ob am Rand oder dicht an der Mitte) auf λ gar keinen Einfluss hatte. Folgende Tabelle enthält die Resultate. r ist der Radius der Kreise; aus λ und der nach der Formel

$$(28) \qquad L = 2\,l(\text{lognat}\,8\,r/\varrho - 2)$$

berechneten Selbstinduction ist die Capacität C gemäss (27) berechnet worden:

Condensatorplatten nicht polirt.

l cm	$2\,r$ cm	$2\,\varrho$ mm	L cm	$^1/_2\,\lambda$ cm	C cm
80,8	25,9	1	908	755	62,9
80,8	25,9	3	731	677	62,7
54,7	17,5	1	572	599	63,2
54,7	17,5	2	498	559	63,1
54,7	17,5	3	454	536	63,5

Als Mittel folgt daher

$$C = 63,1.$$

Die Drähte waren ziemlich genau kreisförmig gebogen. Es kommt darauf übrigens gar nicht genau an, denn wenn ein Kreisdraht der Länge $l = 54,7$ cm zu einer Ellipse mit dem Axenverhältnis 3 : 4 gebogen wurde, so verkleinerte sich dadurch $\frac{1}{2}\lambda$ erst um $\frac{1}{10}$ Proc. Dagegen kommt es sehr genau (auf 1 mm) auf die Drahtlänge l an.

Der Condensator wurde auch durch zwei kürzere Kreisdrähte der $l = 25$ cm Länge geschlossen. Benutzt man den Capacitätswert $C = 63,1$, so ergiebt sich aus (27) die Selbstinduction L in folgender Weise ($L_{\text{beob.}}$):

l cm	$2r$ cm	2ϱ mm	$\frac{1}{2}\lambda$ cm	L beob.	L ber.
25,0	8,1	1	374	224	223
25,0	8,1	2	342	187,5	188

Der beobachtete und der berechnete Wert von L sind also innerhalb $\frac{1}{2}$ Proc. identisch, d. h. die Drähte waren noch nicht so dick im Vergleich zu $2r$, dass auf die ungleichmässige Verteilung des Stromes auf der Oberfläche des Drahtes Rücksicht zu nehmen ist. Die Formel (28) setzt voraus, dass der Strom gleichmässig dicht rings um die Drahtaxe herum allein auf der Oberfläche des Drahtes fliesst.[1])

Wenn der Schliessungsdraht nicht allseitig von Luft umgeben ist, sondern auf einen isolirenden Kern von grösserer Dielektricitätsconstante gewickelt ist, so ändert sich dadurch die Selbstinduction L nicht. Trotzdem kann die Periode des

1) Ein schnell wechselnder Strom verteilt sich stets so, dass seine Selbstinduction ein Minimum ist; vgl. J. Stefan, Wied. Ann. **41.** p. 400. 1890. Die Selbstinduction für dickere Kreisdrähte, bei denen ϱ/r gegen 1 nicht zu vernachlässigen ist, ist von Minchin, Electrician **32.** p. 168. 1893 (vgl. auch G. Wiedemann, Lehre von der Elektricität, 2. Aufl., **4.** p. 85. 1898) berechnet worden. Sie muss etwas kleiner sein, als nach Formel (28). — Die Krümmung des Drahtes bewirkt noch keine merkliche Abweichung von der Formel, vgl. M. Wien, Wied. Ann. **53.** p. 935. 1894.

mit dem Condensator verbundenen Schliessungsdrahtes etwas grösser werden, wenn die Dielektricitätsconstante des Kernes sehr gross ist. So ergab ein 1 mm dicker Kupferdraht, der auf einem 15,4 cm weiten Becherglas mit Siegellack an zwei Stellen angekittet war, $^1/_2 \lambda = 575$ cm. Wurde destillirtes Wasser in das Becherglas gegossen, so vergrösserte sich $^1/_2 \lambda$ auf 585 cm, dagegen ergab eine Alkoholfüllung keine merkliche Vergrösserung von $^1/_2 \lambda$, und auch keine Schwächung der Schwingungen. Die Vergrösserung von $^1/_2 \lambda$ durch die grössere Dielektricitätsconstante des Kernes ist also nur sehr gering und das ist auch aus folgendem Grunde verständlich: Wenn die Länge l des Schliessungsdrahtes klein ist gegen die Wellenlänge λ, so ist die Stromstärke im Schliessungsdrahte annähernd constant, sie nimmt nur ganz wenig ab nach den Enden des Schliessungsdrahtes zu. Diese Abnahme der Stromstärke ist begleitet von einer elektrischen Ladung der Drahtoberfläche, d. h. einer Entsendung elektrischer Kraftlinien. Dadurch wächst die Capacität des ganzen Systems, und daher muss λ etwas grösser als $2\pi\sqrt{LC}$ sein, wie auch Formel (26) lehrt. Wenn diese elektrischen Kraftlinien des Schliessungskreises anstatt in Luft in einem Medium grösserer Dielektricitätsconstante verlaufen, so muss dadurch die Capacität des ganzen Systems noch etwas mehr zunehmen, d. h. die Periode sich weiter vergrössern. Aber diese Vergrösserung muss nur gering sein, da sie offenbar proportional mit $l^2 : \lambda^2$ ist, wie Formel (27) lehrt.

Daher ist es unbedenklich, bei der Untersuchuug von Spulen einen Holzkern zu verwenden. Die Dielektricitätsconstante und elektrische Absorption des Holzes hat gar keinen Einfluss, so lange $l : \lambda$ nicht wesentlich grösser ist, als bei den hier angestellten Versuchen ($l/\lambda \leqq 0{,}05$), da nicht einmal Alkoholfüllung Einfluss auf λ und Intensität der Schwingungen äusserte, wobei doch Alkohol eine viel grössere Dielektricitätsconstante und grössere elektrische Absorption, als Holz, besitzt.

Dagegen muss man auf eine andere Correction achten, wenn der Schliessungsdraht auf einen Kern gewickelt wird. Die Enden des Drahtes müssen zum Anschluss an die Condensatorplatten in zwei parallele Enden auslaufen, welche senk-

recht zur Oberfläche des Spulenkernes stehen. Die Selbstinduction L' dieser Drahtenden ist (vgl. oben p. 300 Anm. 2)

$$L' = 4\,l' \operatorname{lognat} d'/\varrho', \tag{29}$$

wenn l' die Länge jedes dieser beiden Drahtenden bedeutet, d' ihren Axenabstand, $2\varrho'$ die Drahtdicke. Man wird natürlich l' und d' möglichst klein wählen, immerhin ist L' durchaus nicht ganz zu vernachlässigen gegen die Selbstinduction des übrigen Schliessungskreises.

So war z. B. bei dem auf dem Becherglas befestigten Schliessungskreise, der auf eine Länge $l = 48$ cm am Glase anlag, während zwei 4 cm lange Drahtenden in 4 mm Distanz zum Condensator führten (d. h. bei $l' = 4$ cm, $d' = 0{,}4$ cm, $\varrho' = 0{,}05$ cm) $\frac{1}{2}\lambda = 579$ cm. Wurden die Drahtenden um $2\frac{1}{2}$ cm verkürzt (d. h. bei $l' = 1{,}5$ cm), ergab sich $\frac{1}{2}\lambda = 565$ cm.

Nennt man ζ die procentische Zunahme von λ, falls sich die Selbstinduction um L' vergrössert, d. h. setzt man

$$(L + L')\,C = \left(\frac{\lambda'}{2\pi}\right)^2 \left(1 - \frac{\pi^2 l^2}{3\lambda^2}\right),$$

$$LC = \left(\frac{\lambda}{2\pi}\right)^2 \left(1 - \frac{\pi^2 l^2}{3\lambda^2}\right),$$

$$\lambda' = \lambda(1 + \zeta),$$

so wird

$$L'\,C = 2\zeta \left(\frac{\lambda}{2\pi}\right)^2 \left(1 - \frac{\pi^2 l^2}{3\lambda^2}\right). \tag{30}$$

In unserem Falle ist $\frac{1}{2}\lambda' = 579$, $\frac{1}{2}\lambda = 565$, d. h. $\zeta = 0{,}025$. Daher ergiebt sich die Selbstinduction L' für zwei $2\frac{1}{2}$ cm lange Drähte ($d' = 4$ mm, $\varrho' = \frac{1}{2}$ mm) mit Benutzung des Wertes $C = 63{,}1$:

$$L' = 25{,}5 \text{ cm},$$

während sich nach Formel (29) ergiebt $L' = 21$ cm.

Die Selbstinduction L des Schliessungskreises inclusive der zwei $1\frac{1}{2}$ cm langen Enden l' ergiebt sich aus $\frac{1}{2}\lambda = 565$ cm zu $L = 510$ cm, während nach Formel (28) und (29) ($l = 48$ cm,

$2r = 15{,}4$ cm, $2\varrho = 0{,}1$ cm, $l' = 1{,}5$ cm, $d' = 0{,}4$ cm, $2\varrho' = 0{,}1$ cm) sich L berechnet zu $491 + 13 = 504$ cm.

Ein Kreis auf Holzkern ergab: Bei $l = 43{,}8$, $2r = 14$, $2\varrho = 0{,}1$, $l' = 1$, $d' = 0{,}7$, $2\varrho' = 0{,}1$: $\frac{1}{2}\lambda = 535$ cm. Daher folgt aus (27) mit $C = 63{,}1$: $L = 456$, während sich aus (28) und (29) berechnet $L = 451$ cm. Wurde ein 0,4 mm dicker Draht verwendet, so ergab sich $L = 529$ cm nach der Beobachtung, $L = 532$ cm nach der Berechnung. Hiernach und aus der Tabelle p. 593, welche die Werte von C angiebt, ist zu schliessen, *dass die Beobachtungsfehler für L nicht mehr als 1 Proc. nach dieser Methode betragen.*

18. *Rechtecke.* Auch bei rechteckigem Schliessungskreise ist die Selbstinduction zu berechnen und daher aus der λ-Bestimmung die Capacität des Condensators zu entnehmen. Hat das Rechteck die Seiten a und b, so ist (vgl. M. Wien, l. c. p. 930) die Selbstinduction

$$(31)\quad \left\{ \begin{aligned} L = 4 \Big\{ & a \log \frac{2ab}{\varrho(a + \sqrt{a^2 + b^2})} + b \log \frac{2ab}{\varrho(b + \sqrt{a^2 + b^2})} \\ & + 2(\sqrt{a^2 + b^2} - a - b) \Big\}. \end{aligned} \right.$$

Ist die eine Seite a viel länger als die andere Seite b, und entwickelt man bis zu zweiten Potenzen von b/a, so entsteht:

$$(32)\qquad L = 4a \left\{ \log \frac{b}{\varrho}\left(1 + \frac{b}{a}\right) - \frac{b}{a}(2 - \log 2) - \frac{b^2}{4a^2} \right\},$$

oder, wenn man die Länge

$$l = 2(a + b)$$

der Leitung einführt:

$$L = 2l \left\{ \log \frac{b}{\varrho} - \frac{b}{a}(2 - \log 2) + \frac{b^2}{a^2}\left(\tfrac{7}{4} - \log 2\right) \right\},$$

d. h.

$$(33)\qquad L = 2l\left(\log \frac{b}{\varrho} - 1{,}31\,\frac{b}{a} + 1{,}06\left(\frac{b}{a}\right)^2\right).$$

2 cm über einen in Millimeter eingeteilten Holzmaassstab waren zwei je 1 mm dicke Kupferdrähte straff, einander parallel gespannt im Abstand $b = 2{,}65$ cm. Das eine Ende der Drähte wurde auf je einen an den Platten des Conden-

sators K angeschraubten, 2 cm langen Messingstutzen[1]) gelegt, über das andere Ende der Drähte konnte ein Drahtbügel B verschoben werden. Je nach dessen Stellung wurden daher verschiedene Seitenlängen a der rechteckigen Leitung abgegrenzt. Die Leitung wurde 10—20 cm über der Erregerebene ausgespannt, sodass sie inductiv erregt wurde, und λ wieder aus der Resonanz ermittelt. Es ergab sich:

a cm	$^1/_2\,\lambda$ cm	L	C
21,7	474	362	62,6
27,2	530	451	62,9
35,7	609	587	63,5
		Mittel	$C =$ 63,0

Dieser Wert von C stimmt also bis auf $^1/_6$ Proc. überein mit dem oben p. 593 aus den Kreisleitungen gewonnenen. — Der Condensator mit polirten Platten ergab bei $a = 34{,}0$, d. h. $L = 565$ cm[2]), die halbe Wellenlänge $^1/_2\,\lambda = 598$ cm, daher $C = 63{,}5$. Dieser Wert stimmt also auf $^1/_6$ Proc. mit dem oben p. 591 berechneten Wert von C.

Diese Leitung mit den Paralleldrähten konnte nun auch sehr gut dazu benutzt werden, um den Erreger für grössere Wellenlängen zu aichen, bei denen eine directe Messung nach der oben p. 298 angegebenen Methode zu unbequem ist. Man kann entweder so verfahren, dass die Platten des Condensators C im Erregerkreis auf bestimmte Distanzen d eingestellt werden, und die Resonanzlagen des Bügels B auf der Parallelleitung, d. h. die Rechteckslängen a ermittelt werden, oder dass B auf bestimmtes a gelegt wird, und die Resonanzwerte von d ermittelt werden. Beide Verfahren führen zu

1) Diese Messingstutzen waren 4 mm dick. Da sie nicht die gleiche Dicke, wie die Drähte hatten, ist bei der Berechnung von L eine kleine Correction gemäss Formel (31) angebracht worden.

2) Bei diesem Versuch waren die Messingstutzen am Condensator abgeschraubt, sodass die Leitung überall nur aus 1 mm dickem Kupferdraht bestand. Formel (33) ist daher ohne Correction anzuwenden.

derselben Genauigkeit. Es wurde letzteres Verfahren gewählt, weil es etwas bequemer war. Die Resultate der Aichung[1]) sind in folgender Tabelle enthalten. Als Capacität C des Condensators K ist der Wert $C = 63,1$ benutzt.

a cm	d mm	$^1/_2\,\lambda$ cm	$^1/_2\,\lambda\sqrt{d}$	$^1/_2\,\lambda\sqrt{d}$ ausgeglichen
21,7	5,18	473	1076	1076
27,2	4,02	529	1060	1057
35,7	2,97	605	1042	1042
42,7	2,45	662	1037	1037
53,2	1,91	738	1021	1031
70,7	$1{,}44_5$	851	1023	1023
110,7	0,93	1066	1027	2019

Aus dem schon oben p. 300 Anm. 2 erwähnten Grunde muss $^1/_2\,\lambda\sqrt{d}$ mit abnehmendem d etwas abnehmen, wie auch die Tabelle zeigt. Die bequemste und genaueste Methode, um aus beobachtetem d die halbe Wellenlänge $^1/_2\,\lambda$ abzuleiten, ist nun die, dass man zunächst die beobachteten Werte $^1/_2\,\lambda\,.\sqrt{d}$ (Columne 4 der Tabelle) graphisch (durch eine Curve) ausgleicht (Columne 5 der Tabelle), sodann bei einem beliebigen d den entsprechenden Wert $^1/_2\,\lambda\,.\sqrt{d}$ aus der fünften Columne der Tabelle oder aus einer graphischen Darstellung entnimmt, und diesen Wert $^1/_2\,\lambda\,.\sqrt{d}$ durch die Quadratwurzel aus dem beobachteten d dividirt. In dieser Weise ist im Folgenden verfahren.

19. *Spulen.* Die Drähte wurden auf Holzkernen befestigt (vgl. oben p. 595); entweder wurden die Drähte in der Nähe ihrer Enden durch Siegellack oder Wachs gehalten, oder durch zwei 5 mm lange, 0,7 mm dicke umgeschlagene Eisendraht-

1) Der Condensator C war jetzt an Metallstützen $e\,e$ montirt (vgl. oben p. 301), um möglichst unveränderliches d zu erhalten, und der eine Arm h war beständig zur Erde abgeleitet. Daher ist die Capacität des Condensators etwas grösser, als früher bei Benutzung der Ebonitstützen e, e und die in der Tabelle für bestimmtes d gegebenen Werte von $^1/_2\,\lambda$ schliessen sich nicht stetig an die oben p. 299 mitgeteilten Werte an, sondern sind hier um etwa 15 cm grösser.

stiftchen. Diese äusserten keinen messbaren Einfluss auf die Selbstinduction, wie directe Controlversuche lehrten.

Im Folgenden bezeichnet n die Windungszahl, $2r$ den Durchmesser der Spule, h die Höhe der Spule $(h = (n-1)g)$, g die Ganghöhe der Spule, δ die Dicke des Spulendrahtes, l die Länge des Spulendrahtes, soweit er an dem Spulenkern anliegt, l' die Länge der vom Spulenkern abstehenden Drahtenden, die zum Condensator K führten (vgl. oben p. 596), d' ihren mittleren Axenabstand, L_1 die aus λ mit Benutzung des beobachteten Wertes $C = 63,1$ bez. $C = 63,5$ (vgl. oben p. 598) nach Formel (27) berechnete Gesamtselbstinduction des Schliessungskreises, $L = L_1 - L'$ die Selbstinduction der eigentlichen Spule l, wobei L' nach (29) berechnet ist.

Die beobachteten Werte von $L/2l$ sind verglichen mit den nach Stefan[1]) für langsam wechselnde Ströme berechneten Werten:

$$(34)\quad \left\{\begin{array}{l} \dfrac{L}{2l} = n\left\{\left(1 + \dfrac{h^2 + {}^1/_3\,\delta^2}{32\,r^2}\right)\operatorname{lognat}\dfrac{8\,r}{\sqrt{h^2+\delta^2}} - y_1 + \dfrac{h^2}{16\,r^2}\,y_2\right\} \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad + \operatorname{lognat} g/\delta. \end{array}\right.$$

Dabei sind y_1 und y_2 von δ/h abhängig und ihre Werte aus einer von J. Stefan berechneten Tabelle zu entnehmen, welche ich weiter unten reproducirt habe. Das letzte Glied in (34), nämlich der Term lognat g/δ findet sich bei Stefan nicht, da seine Formel für Spulen von dünn isolirtem Draht mit möglichst genäherten Windungen gilt, sodass $g/\delta = 1$ ist. Bei den Primärspulen der Teslatransformatoren muss g/δ merklich grösser als 1 sein (z. B. bei dick isolirtem Draht, bei dem g mindestens gleich $\delta +$ doppelte Isolationsdicke ist), weil sonst Funken zwischen den Windungen überspringen. Daher ist der letzte Term nach Maxwell[2]) hinzuzufügen.

---

1) J. Stefan, Wied. Ann. **22.** p. 107. 1884. Es ist dabei vorausgesetzt, dass die Drahtdicke δ klein gegen den Spulendurchmesser $2r$ ist, was bei den hier untersuchten Spulen der Fall war und ebenso in praxi meist der Fall sein wird.

2) Cl. Maxwell, Elektricität und Magnetismus, deutsch von Weinstein, 2. Aufl. **2.** p. 407. 1883. Vgl. auch G. Wiedemann, Lehre von der Elektricität, 2. Aufl. **4.** p. 86. § 119.

$2r = 2{,}92$ cm, $\delta = 0{,}4$ mm, $g = 2$ mm, $g/\delta = 5$, $2r/\delta = 73$,
$C = 63{,}5$ cm.

n	l cm	l' cm	d' mm	$^1/_2\,\lambda$ cm	L_1 cm	L' cm	L cm	$L:2l$ beob.	ber.	ber.—beob.
2	18,3	1	4	397	250	12	238	6,50	8,38	1,88
3	27,5	1	5	539	464	13	451	8,20	9,96	1,76
4	36,7	1	6	668	712	14	698	9,51	11,29	1,78
5	45,8	1	7	794	1006	14	992	10,80	12,42	1,62
6	55,1	1,5	8	901	1295	22	1273	11,55	13,36	1,81
7	64,6	1,5	9	1020	1659	23	1636	12,65	14,18	1,53
8	73,9	1,5	10	1119	1997	24	1973	13,36	14,88	1,52
9	83,1	1,5	11	1211	2337	24	2313	13,92	15,55	1,63

Die Differenz

$$\Delta = L/2\,l\,(\text{ber.}) - L/2\,l\,(\text{beob.})$$

nimmt also mit wachsender Windungszahl n etwas ab. Dies ist in jedem Falle (d. h. auch bei anderen Werten von g/δ und $2\,r/\delta$) beobachtet worden.

Ich gebe von den zahlreichen anderen Beobachtungen nur die Schlussresultate für diese Differenz Δ und (angenähert) für $L/2\,l$ beob. an. Ein ! hinter dem Werte Δ, z. B. $\Delta = 1{,}69!$ für $n = 2$, bedeutet, dass die betreffende Spule eine genau constante Ganghöhe hatte, indem der Spulendraht in ein auf der Drehbank eingeschnittenes Gewinde des Spulenkernes eingelegt wurde. Die Werte Δ ohne ! beziehen sich auf Spulen, bei denen das nicht der Fall war, bei denen also die Ganghöhe g nicht so exact überall den angegebenen Wert hat.

Die über den Wert von Δ gesetzte Zahl bedeutet das Verhältnis g/δ, die unter Δ gesetzte Zahl das Verhältnis $2\,r/\delta$, die noch tiefer darunter, unter einen Strich gesetzte Zahl den (annähernden) Wert von $L/2\,l$ beob. Z. B. würde die erste Beobachtung der vorigen Tabelle bezeichnet werden durch:

5
1,88 !
73
———
6,5

n	$\varDelta = L/2\,l$ ber. — $L/2\,l$ beob.									
2	1,2 **1,20** 147 9,1	2 **1,64 !** 41 6,0	2 **1,44 !** 55 6,8	2 **1,32** 61 7,2		3,5 **1,84 !** 73 6,7		5 **1,79** 61 6,2	5 **1,88 !** 73 6,4	5 **1,69 !** 135 7,9	11 **1,96** 147 7,2
3	1,2 **1,39** 100 11,5		2,2 **1,37** 42 8,2			3,5 **1,83 !** 73 8,7		4,5 **1,72** 42 6,8	5 **1,76 !** 73 8,1	5 **1,80 !** 100 9,1	
4			2,2 **1,46** 25 7,8			3,5 **1,80 !** 73 10,4		4 **1,81** 25 6,1	5 **1,75 !** 60 8,8	5 **1,78 !** 73 9,5	
5			2,2 **1,52** 25 8,7			3,5 **1,43 !** 73 12,2		4 **1,71** 25 6,7	5 **1,42 !** 58 9,8	5 **1,62 !** 73 10,8	
6			2,2 **1,29** 21 8,6		3,5 **1,52 !** 48 11,0		3,5 **1,57 !** 73 13,4	4 **1,28** 21 6,5	5 **1,61 !** 46 9,2	5 **1,81 !** 73 11,5	
7			2,2 **1,31** 21 9,1		3,5 **1,27 !** 48 12,0		3,5 **1,04 !** 73 15,0	4 **1,47** 21 6,6	5 **1,46 !** 46 9,8	5 **1,53 !** 73 12,6	
8			2,2 **1,15** 21 9,7			3,5 **1,18 !** 48 12,8		4 **1,58** 21 6,7	5 **1,30 !** 46 10,4	5 **1,52 !** 73 13,4	
9			2,2 **1,20** 21 10,1			3,5 **1,34 !** 48 13,2		4 **1,60** 21 6,9	5 **1,27 !** 46 10,8	5 **1,63 !** 73 13,9	
10			2,1 **1,49** 21 10,4		3,5 **1,79** 21 7,4		3,5 **1,37 !** 48 13,7		5 **1,23 !** 46 11,1		

Ausser dem schon erwähnten Resultat, dass B mit wachsendem n etwas abnimmt, ergiebt auch die Tabelle, dass bei constantem n, z- B. bei $n = 2$, Δ mit wachsendem g/δ wächst, doch dies um so weniger, je grösser n ist. Indes ist consequentes Wachsen von B innerhalb der Grenzen $g/\delta = 3,5$ bis 5 aus der Tabelle nicht zu erkennen, sodass für dieses Intervall die Werte von B zu Mittelwerten vereinigt werden können.

Eine deutlich (in einheitlichem Sinne) erkennbare Abhängigkeit des Δ von $2\,r/\delta$ bei constantem n und constantem g/δ ist nicht zu erkennen. Vereinigt man die Werte B! innerhalb $g/\delta = 3,5$ bis 5 zu Mittelwerten, so erhält man folgendes:

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Δ!	1,80	1,78	1,78	1,49	1,63	1,33	1,33	1,41	1,30

Gleicht man diese Werte graphisch durch eine Curve aus, und verfährt man ebenso mit den bei $g/\delta = 1,2$ und $g/\delta = 2$ bis 2,2 erhaltenen Werten, so erhält man folgendes Resultat:

Tabelle für Δ.

n	g/δ			
	1,2	2	3,5 bis 5	11
2	1,30	1,54 !	1,80 !	1,96
3	1,29	1,50	1,78 !	—
4	—	1,43	1,74 !	—
5	—	1,38	1,61 !	—
6	—	1,32	1,50 !	—
7	—	1,29	1,40 !	—
8	—	1,28	1,35 !	—
9	—	1,27	1,32 !	—
10	—	1,26	1,30 !	—

Die Werte von Δ für $g/\delta = 3,5$ bis 5 sind zuverlässiger als die anderen. Für Teslatransformatoren kommen auch gerade diese Intervalle g/δ wesentlich in Betracht.

Die Selbstinduction einer Spule von höchstens 10 Windungen bei Condensatorentladungen wird also durch die Formel dargestellt[1]*):*

$$(35)\quad \left\{\begin{array}{l} \dfrac{L}{2\,l} = n\left\{\left(1 + \dfrac{h^2}{32\,r^2}\right) \operatorname{lognat} \dfrac{8\,r}{\sqrt{h^2+\delta^2}} - y_1 + \dfrac{h^2}{16\,r^2}\,y_2\right\} \\ \qquad + \operatorname{lognat} g/\delta - \Delta, \end{array}\right.$$

wobei y_1 und y_2 aus folgender (Stefan'schen) Tabelle zu entnehmen sind:

δ/h	y_1	y_2	δ/h	y_1	y_2
0,00	0,500	0,13	0,55	0,808	0,34
0,05	0,549	0,13	0,60	0,818	0,38
0,10	0,592	0,13	0,65	0,826	0,43
0,15	0,631	0,14	0,70	0,833	0,47
0,20	0,665	0,15	0,75	0,838	0,52
0,25	0,695	0,17	0,80	0,842	0,58
0,30	0,722	0,19	0,85	0,845	0,63
0,35	0,745	0,22	0,90	0,847	0,69
0,40	0,765	0,24	0,95	0,848	0,75
0,45	0,782	0,27	1,00	0,848	0,82
0,50	0,796	0,31			

(Für $n = 1$, $h = 0$, $g/\delta = 1$ geht Formel (35) in Formel (28) für den einfachen Kreis über, wenn man für diesen Fall $\Delta = 0{,}81$ setzt.)[2])

Berechnet man nach (35) und der auf p. 603 für Δ gegebenen Tabelle den Wert $L/2\,l$, so erhält man von den auf p. 602 beobachteten Werten $L/2\,l$ Abweichungen, die für $g/\delta = 3{,}5$ bis 5 bei den Werten ! in 11 Fällen 1 Proc. überschreiten (aber höchstens $2^1/_2$ Proc. betragen), während sie in 19 Fällen unter 1 Proc. bleiben. Formel (35) wird daher für $g/\delta = 3{,}5$ bis 5 den Wert der Selbstinduction bis auf etwa 1 Proc. genau darstellen, bei den anderen Werten g/δ bis auf etwa 2 Proc.

1) In dieser Formel ist der Term $^1/_8\,\delta^2 : 32\,r^2$ gegen 1 vernachlässigt, weil die Formel nur eine Genauigkeit von etwa 1 Proc. zu erreichen beansprucht, und δ/r in praxi stets weit kleiner als 1 ist.

2) Dieser Wert steht mit der Tabelle der Δ nicht im Widerspruch, da Δ mit gegen 1 abnehmendem g/δ stark abnimmt.

20. *Prüfung und Anwendung der Formeln bei zwei Teslatransformatoren.*

a) Die Secundärspule eines Teslatransformators bestand aus 268 Windungen von 1 mm starkem Kupferdraht, der auf einen Ebonithohlcylinder von 8 mm Wandstärke und 6,4 cm äusserem Durchmesser aufgewunden war. Die Spulenhöhe betrug $h = 43$ cm, die Drahtlänge $l = 5480$ cm, die Ganghöhe $g = 1{,}6$ mm. Da der Spulendurchmesser gleich $6{,}4 + 0{,}1 = 6{,}5$ cm ist, so ist $h : 2r = 6{,}6$. Bei diesem Verhältnis $h/2r$ und dem Wert $g/\delta = 1{,}6$ würde nach Tabelle p. 322 der Parameter f den Wert 0,66 für einen Hohlkern, den Wert 0,71 für einen Vollkern besitzen. Der vorliegende Spulenkern nähert sich, da seine Wandstärke $^1/_8$ des Spulendurchmessers beträgt, mehr dem Ebonitvollkern, es ist also etwa $f = 0{,}70$ anzunehmen. Daher wird die halbe Eigenwellenlänge der Secundärspule

$$^1/_2 \lambda = l . f = 3840 \text{ cm.}$$

Die Primärspule bestand aus fünf Windungen von 1,4 mm dickem Draht und hatte folgende Constanten:

$$n = 5, \; h = 4{,}5 \text{ cm}, \; 2r = 12{,}4 \text{ cm}, \; \delta = 1{,}4 \text{ mm},$$

$$g = 1{,}1 \text{ cm}, \; l = 195 \text{ cm}.$$

Da $\delta/h = 0{,}031$ ist, so hat in Formel (35) y_1 und y_2 die Werte: $y_1 = 0{,}53$, $y_2 = 0{,}13$ (nach Tabelle p. 603). Da ferner $g/\delta = 7{,}85$ ist, und $n = 5$, so hat Δ in Formel (35) nach Tabelle p. 602 etwa den Wert 1,67. (Die Unsicherheit von $^5/_{100}$, d. h. die Annahme $\Delta = 1{,}72$, macht erst $^1/_2$ Proc. Fehler in Berechnung der Selbstinduction L aus). Daher ist nach (35)

$$\frac{L}{2l} = 9{,}94, \text{ d. h. } L = 3875.$$

Diese Spule war nun an zwei gegenüberliegenden Stellen geöffnet[1]) zu vier geraden Drähten, von denen zwei zur Zinkfunkenstrecke führten (Länge l' der Drähte 7 cm, mittlerer Abstand $d' = 5$ cm, Drahtdicke $2\varrho' = \delta = 1{,}4$ mm), während die zwei anderen zu den Belegungen einer kleinen Leydener Flasche führten ($l' = 9$ cm, $d' = 10$ cm, $2\varrho' = \delta = 1{,}4$ mm). Daher kommen nach Formel (29) p. 596 zu L noch die beiden

1) Die Schaltung ist genau von mir beschrieben in Ann. d. Phys. 8. p. 336. 1902.

Beträge hinzu: $L' = 120$ cm und $L' = 179$ cm, sodass die gesamte Selbstinduction des Primärkreises den Wert hat $L_1 = 4174$ cm.

Die Leydener Flasche hatte 10,2 cm Belegungshöhe, 6 cm inneren Durchmesser, 2,6 cm Glasdicke. Die Grösse des inneren Stanniolbelags ist daher $S = \pi(6 . 10,2 + 3^2) = \pi . 70 \text{ cm}^2$, und $S : 4\pi d = 70 : 1,04 = 67,5$ cm. Die Leydener Flasche war so ausgesucht, dass der Transformator gut wirkte, d. h. es war annähernd[1]) Resonanz zwischen Primärkreis und Secundärkreis hergestellt. Die Capacität C, welche mit der Selbstinduction $L = 4174$ die halbe Wellenlänge $\frac{1}{2}\lambda = 3840$ cm der Secundärspule erzeugt, berechnet sich nach (27') p. 593 zu $C = 358$. Da nun für die Leydener Flasche $C = \varepsilon . S : 4\pi d$ zu setzen ist, falls ε die Dielektricitätsconstante des Glases bedeutet, so würde sich dies ε berechnen zu

$$\varepsilon = 358 : 67,5 = 5,31.$$

In der That hat Löwe[2]) mit schnellen elektrischen Schwingungen Dielektricitätsconstanten beobachtet, welche je nach der Glassorte zwischen 5 und 7,7 lagen.

Diese Berechnung zeigt also hiermit Übereinstimmung, soweit man sie nur erwarten kann, zumal die Abstimmung des Primärkreises auf den Secundärkreis durchaus roh gemacht war[3]) und (vgl. Anm. 1) wahrscheinlich der Primärkreis etwas grössere halbe Wellenlänge als $\frac{1}{2}\lambda = 3840$ besass, daher war auch C vielleicht etwas grösser als 358 und ε etwas grösser als 5,31.

b) Bei einem zweiten kleineren Teslatransformator bestand der Secundärkreis aus 127 Windungen von 1 mm starkem Kupferdraht, welcher ebenfalls auf einem Ebonithohlcylinder

---

1) Die stärkste Wirkung zeigt allerdings ein Teslatransformator, wenn der Primärkreis eine ein wenig langsamere Eigenperiode besitzt, als der Secundärkreis, wie ich in einem späteren Aufsatz darzuthun gedenke. Indes ist diese Abweichung der Eigenschwingungsdauern beider Kreise nicht bedeutend und nur bei sehr starker Koppelung, d. h. grosser Nähe von Primärkreis und Secundärkreis, bemerklich. Bei vorliegendem Transformator ist diese Abweichung unter 5 Proc. zu taxiren.

2) K. F. Löwe, Wied. Ann. **66**. p. 390. 1898.

3) Zur Herstellung von Teslatransformatoren braucht diese Abstimmung nicht genau zu sein, um so weniger, je stärker die magnetische Koppelung zwischen Primär- und Secundärkreis ist.

von 8 mm Wandstärke aufgewickelt war. Aus $h = 24{,}8$ cm, $2r = 6{,}5$ cm, d. h. $h/2r:4$, $g/\delta = 2$ bestimmt sich nach Tabelle p. 322 f zu 0,81, d. h.

$$\tfrac{1}{2}\lambda = l.f = 2590 . 0{,}81 = 2100 \text{ cm}.$$

Die Primärspule hatte die Constanten

$$n = 3,\quad h = 4{,}5 \text{ cm},\quad 2r = 12{,}7 \text{ cm},\quad \delta = 1{,}4 \text{ mm},\quad g = 2{,}2 \text{ cm},$$
$$l = 120 \text{ cm}.$$

Daher ist nach (35) (Δ ist zu 1,92 angenommen, da $g/\delta = 16$ betrug) $L = 1590$ cm. Die Zuleitungen zu der Spule ($l' = 7$ cm, $d' = 6$ bez. 8 cm) geben noch die Beträge $L' = 124$ bez. L' 132, sodass $L_1 = 1846$ cm betrug. Bei Resonanz mit dem Secundärkreis musste daher die Capacität der Leydener Flasche betragen $C = 242$ cm. Ihre Belegungen waren 6,8 cm hoch, der innere Durchmesser 5,5 cm, die Glasdicke 2,6 mm, daher $S:4\pi d = 43{,}2$ cm. Daher folgt

$$\varepsilon = 242 : 43{,}2 = 5{,}60.$$

Die Eigenschwingungsdauer des Primärkreises wurde nun auch direct gemessen nach der oben p. 598 erwähnten Methode[1]), indem die Secundärspule des Transformators entfernt wurde und die Zinkfunkenstrecke des Primärkreises durch ein Inductorium oder durch einen anderen Teslatransformator gespeist wurde und nun die im Primärkreis erzeugten Schwingungen schwach inductiv wirkten auf eine Secundärleitung, die aus der oben p. 598 beschriebenen Leitung aus zwei 1 mm dicken, parallelen Drähten in 2,65 cm Distanz bestand, über die ein beweglicher Metallbügel B verschoben werden konnte. Am anderen Ende waren die Paralleldrähte rechtwinklig umgebogen und waren — schwach federnd — angelegt gegen die Platten eines Kreisplattencondensators von 12,1 cm Durchmesser und 1 mm Plattendicke, dessen Platten durch drei Ebonitplättchen von (im Mittel) 0,53 mm Dicke und 9 mm² Grösse getrennt waren. Die Capacität C dieses Condensators berechnet sich nach der Formel auf p. 299 zu $C = 177{,}6$ cm. An die eine Platte dieses Condensators wurde eine Zehnder'-

1) Diese Methode eignet sich also auch für so lange Wellen, wie sie bei Teslatransformatoren erzeugt werden, sehr bequem zur Frequenzbestimmung der Schwingungen.

sche Vacuumröhre angelegt, und der Bügel B mit der Hand den Paralleldrähten entlang verschoben. Bei einer ziemlich[1]) scharf bestimmbaren Resonanzlage von B leuchtete die Vacuumröhre hell auf. Die Länge a dieser rechteckigen Secundärleitung betrug dann $a = 157$ cm. Die Gesamtlänge der Secundärleitung war $l = 2 . 157 + 2{,}65 + 2{,}35 = 319$ cm. Daher ist die Selbstinduction derselben nach Formel (33) auf p. 597 $L = 2520$ cm. Die halbe Eigenwellenlänge der Secundärleitung, d. h. also auch der Primärleitung, beträgt daher nach Formel (26) auf p. 593 $^1/_2\,\lambda = 2120$ cm. Es ergiebt sich also in der That für $^1/_2\,\lambda$ ein Wert, welcher sehr gut mit der p. 607 berechneten halben Eigenwellenlänge der Secundärspule des Teslatransformators übereinstimmt. — Mit Zugrundelegung der Zahl $^1/_2\,\lambda = 2120$ cm berechnet sich die Capacität der Leydener Flasche des Primärkreises des Teslatransformators zu 246 cm, d. h. die Dielektricitätsconstante ε des Glases der Leydener Flasche zu $\varepsilon = 246 : 43{,}2 = 5{,}7$.

Zusammenfassung der Resultate.

1. *Die Eigenperiode einer Spule wächst mit der Dielektricitätsconstante des Spulenkernes und der seiner Umgebung* (Oeltransformator).

2. Die Dielektricitätsconstante des Ebonits für Hertz'sche Schwingungen ist $\varepsilon = 2{,}79$. Ebonit ist elektrisch isotrop.

3. Wenn die Ganghöhe der Mittelwindungen einer Spule kleiner ist, als die der Endwindungen, so wird die Eigenperiode der Spule langsamer als im umgekehrten Falle oder bei constanter Ganghöhe.

4. *Die halbe Eigenwellenlänge $^1/_2\,\lambda$ einer Spule constanter Ganghöhe g hängt von der Spulendrahtlänge l, der Spulenhöhe h,*

1) Die Resonanzlage ist wegen der an den Belegungen aussprühenden Büschelentladungen nicht so scharf zu bestimmen, als wenn man einen Petroleum- oder Luftcondensator verwendet. Vielleicht stört auch etwas elektrische Absorption im Glase der Leydener Flasche. Löwe (l. c.) hat allerdings für viel schnellere Schwingungen keine elektrische Absorption im Glase nachweisen können.

dem Spulendurchmesser $2r$, der Drahtdicke δ in der Weise ab, dass ist

$$^1/_2\,\lambda = l f(h/2r,\; g/\delta,\; \varepsilon),$$

wobei ε die Dielektricitätsconstante des Spulenkernes bedeutet. Auf p. 322 u. 323 sind Tabellen von f für praktisch vorkommende Fälle (auch für Spulen auf Hohlcylindern und für kernlose Spulen) aufgestellt.

Innerhalb gewisser Grenzen ist $f.\sqrt{h/r}$ constant. Auf p. 329 sind die Zahlenwerte dieses Productes angegeben, aus dem daher ebenfalls $^1/_2\,\lambda$ bequem berechnet werden kann.

5. *Die halbe Eigenwellenlänge eines nahezu zum Kreise geschlossenen dünnen Drahtes ist um 6 $^1/_2$ Proc. grösser, als die Drahtlänge.*

6. *Die Oberschwingungen einer Spule sind nicht harmonisch zur Grundschwingung,* und das Verhältnis der Schwingungszahlen von Grundschwingung zu den Oberschwingungen hängt etwas vom Verhältnis $h/2r$ ab. *Es treten die sämtlichen denkbaren Oberschwingungen auf* (mit abnehmender Intensität), d. h. die erste Oberschwingung erzeugt zwei Strombäuche in der Spule, die zweite drei Strombäuche etc. Bei den Oberschwingungen schwingt die Spule nicht in congruenten Teilen.

7. *Durch Anlegung einer Capacität an ein freies Spulenende wird die Eigenperiode der Grundschwingung einer Spule in einer nach p. 337 berechenbaren und experimentell bestätigten Weise vergrössert. Diese Vergrösserung ist stets kleiner, als das Doppelte der Periode der Spule mit freien Enden.*

8. *Auf p. 604 ist eine Formel aufgestellt zur Berechnung der Selbstinduction kurzer, weiter Spulen für schnelle Stromwechsel.*

9. *Durch diese Formel und die Tabellen p. 322, 323 oder p. 329 ist die Möglichkeit gegeben, zu jedem Teslatransformator die geeignete Capacität des Primärkreises zu berechnen.* Wenn die Secundärspule des Teslatransformators nicht frei endigt, sondern mit einer oder mit zwei Capacitäten verbunden wird, so ist die beste Capacität des Primärkreises grösser zu wählen, und ebenfalls aus vorstehenden Daten im voraus zu berechnen. Zwei Stichproben an zwei verschiedenen Teslatransformatoren bestätigen die Anwendbarkeit der Formel und der Tabellen. —

Eine Erdung des einen Endes der Secundärspule des Teslatransformators liefert keine definirten Verhältnisse.[1])

10. *Secundärspulen auf Holz oder Pappröhren sprechen nicht so gut an* (wegen elektrischer Absorption im Holz oder in der Pappe), *als Spulen auf Ebonit, oder Glas, oder kernlose Spulen.* Erstere sind daher zur wirksamsten Construction der Teslatransformatoren nicht so günstig, als letztere. — *Ebenso sind als Capacität des Primärkreises des Teslatransformators besser Metallplatten in Petroleumbad zu verwenden, als Leydener Flaschen,* wegen der Büschelentladungen an den Stanniolbelegungen (und vielleicht auch wegen elektrischer Absorption im Glase). — Der Primärkreis muss zweckmässig aus wenig Windungen (1—3) dicken Drahtes (2—4 mm) bestehen (damit die Selbstinduction möglichst klein ist), der Secundärkreis wird zweckmässig aus dünnerem Draht ($^1/_2$ mm) gewickelt zu einer Spule, deren Höhe etwa das Doppelte ihres Durchmessers ist.[2])

11. *Durch Anwendung eines im Flüssigkeitsbade hängenden Kreisplattencondensators* von 10 cm Radius, welcher oscillatorisch durch eine Kreisleitung von 21 cm Durchmesser und 3 mm Dicke entladen wird, *kann man durch Verändern der Plattendistanz des Condensators und der Flüssigkeit seines Bades die Wellenlänge stetig in grossem Intervall* von 3 m (5 cm Plattendistanz, Luft zwischen Condensatorplatten) bis zu 133 m (1 mm Plattendistanz, Wasser zwischen Condensatorplatten) *verändern.*

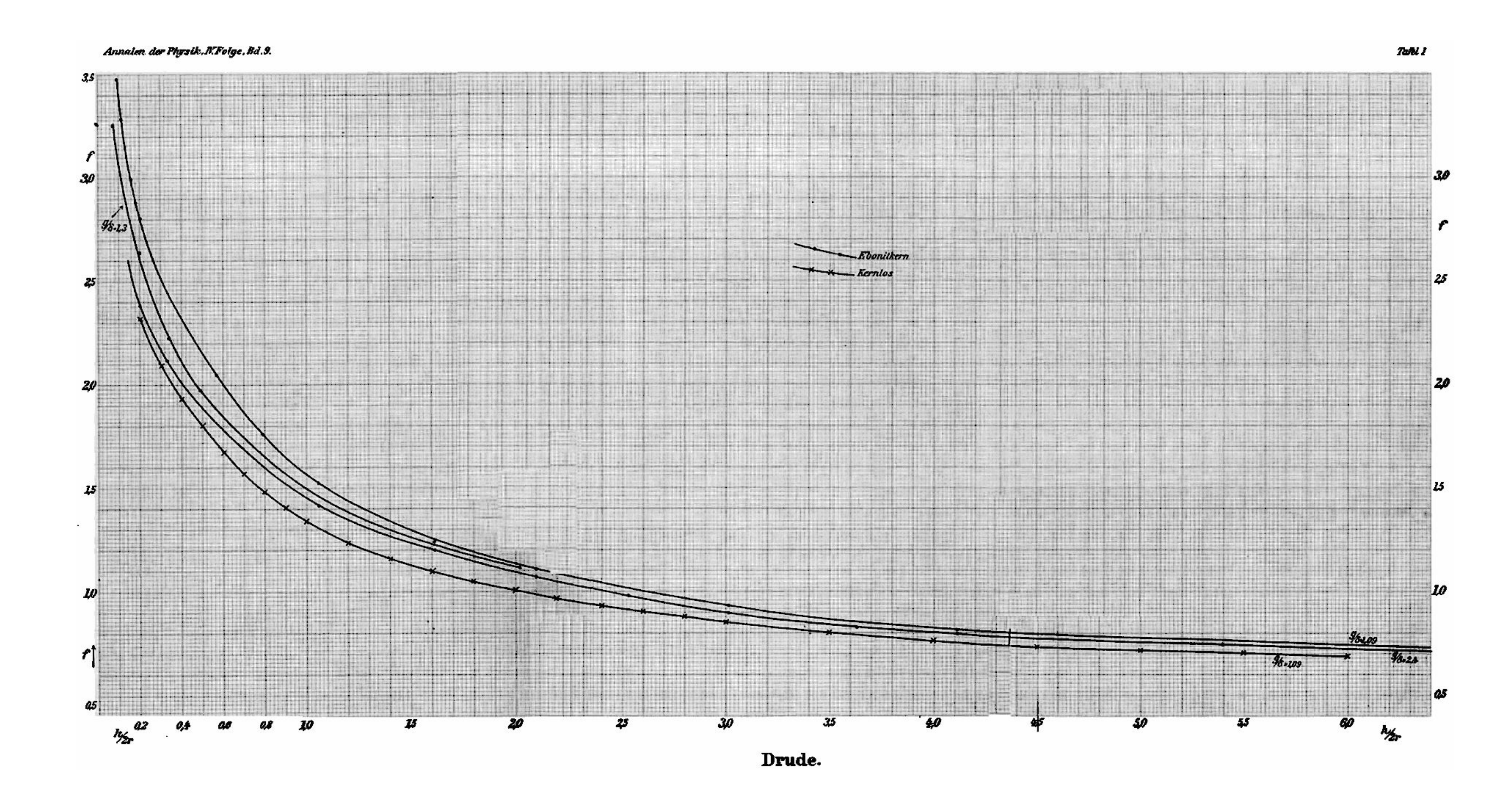
Bei Wasserfüllung muss zur Einleitung des Funkenspieles des Erregers ein Teslatransformator verwendet werden. (Derselbe ist in *jedem* Falle günstig.)

Giessen, Juni 1902.

1) Vgl. F. Braun, Ann. d. Phys. 8. p. 209. 1902.

2) Ich nehme dieses Resultat theoretischer Betrachtungen, die ich später veröffentlichen werde, vorweg.

(Eingegangen 26. Juni 1902.)


Ebonitkern
Kernlos
f
h/2r
3,5
3,0
2,5
2,0
1,5
1,0
0,5
0,2
0,4
0,6
0,8
1,0
1,5
2,0
2,5
3,0
3,5
4,0
4,5
5,0
5,5
6,0

Drude.